7. osztály

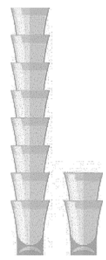
1. Róka Rudi műkincsekkel üzletelt. Vásárolt egy festményt 80 petákért és egy szobrot 100 petákért. A festményt 15% haszonnal, vagyis a vételár 15%-ával drágábban adta el. A két műkincs eladásából összesen 20% haszonra tett szert.
a) Hány peták volt a haszna összesen?
b) Hány százalék haszonnal adta el a szobrot?

Megoldás:

a) A két műkincset összesen $100+80=180$ petákért vette.	1 pont
A vételár 20 százaléka $180\cdot 0,2=36$ peták.	2 pont
Róka Rudi haszna összesen 36 peták volt.	1 pont
b) A festmény eladásából $80\cdot 0,15=12$ peták haszonra tett szert,	2 pont
tehát a szobor eladásából származó haszon $36-12=24$ peták,	2 pont
ami a 100 petákos vételár 24 százaléka.	1 pont
A szobrot 24% haszonnal adta el.	1 pont
Összesen:	10 pont

További útmutató a javító tanárok részére:
Az a) részre legfeljebb 4, a b) részre legfeljebb 6 pont adható. Ha a versenyző csak a szöveges válaszokat adta meg, leírt számolás és szöveges indoklás nélkül, akkor legfeljebb 1-1 pontot, összesen 2 pontot kaphat. Ha a versenyző csak a számításokat írta le, majd szöveges választ adott, de számításaihoz nem adott szöveges magyarázatot, összesen legfeljebb 8 pontot kaphat.

2. Az iskolai menzán az egymásba rakott egyforma poharakból a gyerekek tornyokat szoktak építeni.
A 8 pohárból álló torony 42 cm, a 2 pohárból álló 18 cm magas.
a) Hány centiméter magas egy pohár?
b) Hány centiméter magas egy 4 pohárból álló torony?



Első megoldás:

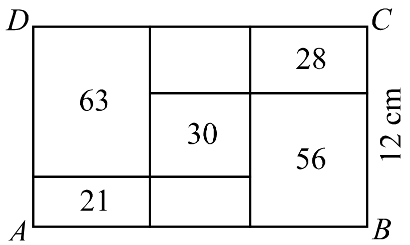
a) A 8 pohárból álló torony 6 pohárral és $42-18=24$ centiméterrel magasabb, mint a 2 pohárból álló torony,	2 pont
ezért 2 pohár $24:6=4$ centiméterrel magasabb, mint egy pohár.	2 pont
Egy pohár 4 centiméterrel alacsonyabb, mint a 2 pohárból álló torony, és $18-4=14$,	1 pont
ezért 14 cm magas egy pohár.	1 pont
b) A 4 pohárból álló torony $3\cdot 4=12$ centiméterrel magasabb, mint egy pohár,	2 pont
tehát magassága $14+12=26$ cm.	1 pont
A 4 pohárból álló torony 26 cm magas.	1 pont
Összesen:	10 pont

Második megoldás:

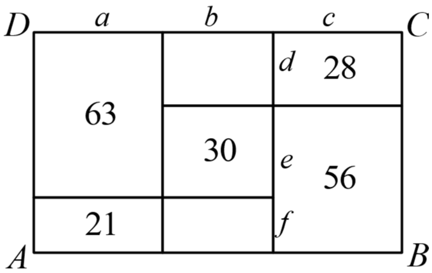
a) Legyen egy pohár magassága p, és két egymásba rakott pohár pereme közti távolság m.	1 pont
A tornyok centiméterben mért magasságaira felírható a következő két egyenlet: $p+7m=42$, illetve $p+m=18$.	1 pont
$p+7m=(p+m)+6m=18+6m=42$, vagyis $6m=24$, tehát $m=4$.	2 pont
Ezt felhasználva $p=18-m=18-4=14$.	1 pont
Egy pohár 14 cm magas.	1 pont
b) Egy 4 pohárból álló torony magassága $p+3m$,	2 pont
ezért a torony magassága $14+3\cdot 4=14+12=26$ cm.	1 pont
A 4 pohárból álló torony 26 cm magas.	1 pont
Összesen:	10 pont

További útmutató a javító tanárok részére:
Az a) részre legfeljebb 6, a b) részre legfeljebb 4 pont adható. Ha a versenyző csak a szöveges válaszokat adta meg, akkor legfeljebb 1-1 pontot, összesen 2 pontot kaphat. Ha a versenyző az első megoldáshoz hasonlóan, nem egyenletekkel dolgozott, és csak a számításokat írta le, majd szöveges választ adott, de számításaihoz nem adott szöveges magyarázatot, összesen legfeljebb 8 pontot kaphat.

3. Az $ABCD$ téglalapot az ábrán látható módon kisebb téglalapokra daraboltuk, melyek közül néhánynak a területét megadtuk az ábrán, négyzetcentiméterben mérve. Hány négyzetcentiméter az $ABCD$ téglalap területe, ha a BC oldal hossza 12 cm?



Megoldás:



Készítsünk ábrát, és használjuk az ábra jelöléseit! 1 pont

A megoldás során többször ki fogjuk használni, hogy ha két téglalap egy-egy oldalának a hossza egyenlő, akkor másik oldalaik hosszának aránya egyenlő területeik arányával. 1 pont

Mivel $\frac{d}{e+f}=\frac{28}{56}=\frac{1}{2}$, ezért $d=\frac{12}{3}=4\,\text{cm}$. 1 pont

Tudjuk, hogy $c\cdot d=28$, tehát $c=\frac{28}{4}=7\,\text{cm}$. 1 pont

Mivel $\frac{d+e}{f}=\frac{63}{21}=3$, ezért $d+e=12\cdot\frac{3}{4}=9\,\text{cm}$. 1 pont

Tudjuk, hogy $a\cdot(d+e)=63$, tehát $a=\frac{63}{9}=7\,\text{cm}$. 1 pont

Mivel $e=(d+e)-d=9-4=5$ és $b\cdot e=30$, 1 pont

ezért $b=\frac{30}{5}=6$ cm. 1 pont

A téglalap CD oldalának hossza $a+b+c=7+6+7=20\,\text{cm}$,
ezért területe $20\cdot 12=240$ cm^2. 1 pont

Az egész téglalap területe 240 cm^2. 1 pont

Összesen: 10 pont

További útmutató a javító tanárok részére:
A helyes végeredmény indoklás nélküli közlésére 1 pont adható. A feladat szövege nem állította azt, hogy a kis téglalapok oldalhosszainak mérőszámai egész számok, így ha a versenyző ezt használta ki a megoldás során, akkor legfeljebb 6 pontot kaphat. Ha a versenyző csak az ábrára írta be az egyes szakaszok megfelelő hosszát, de nem írta le semmilyen formában azok kiszámításának módját, majd jól kiszámolta a területet, akkor legfeljebb 4 pontot kaphat. Ha a versenyző nem írt szöveges magyarázatokat és egyenleteket, de a megfelelő számításokat leírta és gondolatmenete ebből nyomon követhető, akkor legfeljebb 8 pontot kaphat.

4. Lilla felírt a táblára egymás mellé hat pozitív egész számot, majd mindegyik szám alá odaírta a másik öt szám összegét. A második sorba ötféle számot írt, mégpedig a következőket: 36; 37;39; 40 és 41.
a) Melyik szám szerepelt kétszer a második sorban?
b) Mennyi volt a számok összege az első sorban?
c) Melyik számok szerepeltek az első sorban?

Megoldás:

a) Az első sorban lévő számok mindegyikére igaz, hogy a második sorba írt összegek közül ötben szerepelnek, ezért a második sorban a számok összege osztható 5-tel.	2 pont
$36+37+39+40+41=193$,	1 pont
ehhez a felsorolt számok közül csak a 37-et hozzáadva kapunk 5-tel osztható számot, tehát a második sorban a 37 szerepel kétszer.	1 pont
b) A második sorban a számok összege $193+37=230$,	1 pont
ezért az első sorban a számok összege $230:5=46$.	1 pont
c) Mindegyik szám alá a másik öt szám összegét írtuk, így a két egymás alatt álló szám összege minden esetben a hat szám összege, tehát 46.	2 pont
A 46-ból kivonva a 36; 37; 37; 39; 40 és 41 számokat a különbség rendre 10; 9; 9; 7; 6 és 5.	1 pont
Az első sorban szereplő számok: 5; 6; 7; 9; 9 és 10.	1 pont
Összesen:	10 pont

További útmutató a javító tanárok részére:
A három helyes végeredmény indoklás nélküli közléséért 1-1 pont, összesen legfeljebb 3 pont adható. Ha a versenyző nem írta le megoldásának lépéseit, de megtalálta a helyes konstrukciót, és ennek helyességéről ellenőrzéssel meggyőződött, ezért további 2 pontot, vagyis összesen legfeljebb 5 pontot kaphat.

5. Lala leírta a füzetébe növekvő sorrendben azokat a négyjegyű pozitív egész számokat, amelyeknek minden számjegye 4-nél kisebb. Ezen a listán szerepelt az idei évszám, a 2023 is.
a) Hány 4-gyel osztható számot írt le Lala a füzetébe?
b) Hányadik helyen szerepelt Lala listáján a 2023?

Megoldás:

a) A Lala által leírt számok közül azok oszthatók 4-gyel, amelyekben az utolsó két számjegyből alkotott számpár 00; 12; 20 vagy 32.	1 pont
Mind a négy esetben az első számjegy 1; 2 vagy 3 lehet, vagyis 3-féle,	1 pont
a második számjegy 0; 1; 2 vagy 3 lehet, tehát 4-féle.	1 pont
A lehetőségek száma $4\cdot 3\cdot 4=48$.	1 pont
Lala 48 darab 4-gyel osztható számot írt le a füzetébe.	1 pont
b) A 2023 előtt leírta az összes olyan számot, amelynek első számjegye 1.	1 pont
Ilyen számból $4\cdot 4\cdot 4=64$ darabot írt le.	1 pont
A 2-essel kezdődő számok közül a következőket írta le még a 2023 előtt: 2000; 2001; 2002; 2003; 2010; 2011; 2012; 2013; 2020; 2021 és 2022, ez 11 szám.	1 pont
A 2023 előtt összesen $64+11=75$ számot írt le.	1 pont
A 2023 a 76. helyen szerepel Lala listáján.	1 pont
Összesen:	10 pont

Második megoldás az a) részre:

a) Lala listáján a négy legkisebb 4-gyel osztható szám: 1000; 1012; 1020 és 1032. 1 pont
A következő négy megfelelő szám: 1100; 1112; 1120 és 1132. 1 pont
Hasonlóan 4 megfelelő számot írt le 1200 és 1233, illetve 1300 és 1333 között,
vagyis 1000 és 1333 között összesen $4 \cdot 4 = 16$ darab 4-gyel osztható számot írt le Lala. 1 pont
Hasonlóan 16 megfelelő számot írt le 2000 és 2333, illetve 3000 és 3333 között,
vagyis összesen $3 \cdot 16 = 48$ darabot. 1 pont
Lala 48 darab 4-gyel osztható számot írt le a füzetébe. 1 pont

Összesen: 5 pont

További útmutató a javító tanárok részére:
A két helyes végeredmény indoklás nélküli közléséért 1-1 pont, összesen legfeljebb 2 pont adható. Ha a versenyző valamelyik feladatrészt úgy oldotta meg, hogy hibátlanul leírta az összes megfelelő számot és megszámolta, akkor ezért kapja meg az adott feladatrészre járó maximális 5 pontot. Ha rendszertelenül és hiányosan írt le számokat vagy rossz számokat is írt, és megszámolva rossz eredményt kapott, akkor az adott feladatrészekre legfeljebb 2 pontot kapjon.

* * * * *

Több megoldásból csak egy kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. Az elérhető maximális pontszám 50 pont.

A dolgozatok pontszámait a www.mategye.hu honlapon kell rögzíteni 2023. december 12-ig.

Az 1. és 2. kategóriába tartozó, legalább 25 pontot elért versenyzők dolgozatait legkésőbb 2023. december 12-én postára kell adni a Mategye Alapítvány címére (6001 Kecskemét, Pf. 585).

A továbbküldés nem feltétlenül jelent továbbjutást. A továbbjutáshoz szükséges ponthatárt a versenybizottság állapítja meg. A második fordulóba továbbjutott tanulók névsora 2023. december 21-től a www.mategye.hu honlapon megtekinthető, ugyanitt láthatók 2024. január 10-től a második forduló helyszínei is.

A második fordulóba csak olyan tanuló juthat, akinek határidőig rögzítésre került a pontszáma, és határidőig elküldésre került a dolgozata.

Köszönjük a munkájukat!

Kecskemét, 2023. november 28.

A Szervezőbizottság