

7. osztály

1. Az A településről egy 124 km hosszú egyenes országút vezet a B településre. Hétfőn reggel 8 órakor elindul Alex kerékpárral A -ból B -be, és egyenletes tempóban haladva óránként 16 kilométert tesz meg. Bálint 9 órakor indul útnak B -ből A -ba, ő is egyenletes tempóban kerékpározik, óránként 20 kilométert megtéve.
- Hány kilométer távolságra lesz a két fiú egymástól 10 órakor?
 - Mikor találkoznak egymással?
 - Mikor lesz 8 óra után először egyenlő a két fiú által megtett út?

Első megoldás:

- a) 10 óráig Alex $2 \cdot 16 = 32$ kilométert tesz meg, 1 pont
Bálint pedig 20 kilométert, így $124 - 32 - 20 = 72$ kilométerre lesznek egymástól. 1 pont
- b) Egy óra alatt a két fiú együtt $16 + 20 = 36$ km utat tesz meg, 1 pont
így óránként 36 kilométerrel csökken a köztük lévő távolság. 1 pont
Mivel 10 órakor ez a távolság 72 km, így $72 : 36 = 2$ óra alatt fogy el. 1 pont
A két fiú 12 órakor találkozik egymással. 1 pont
- c) Amikor 9 órakor Bálint útnak indul, addig Alex már 16 kilométert kerékpározott, vagyis addig Alex 16 kilométerrel tett meg több utat. 1 pont
Mivel Bálint ezt követően óránként $20 - 16 = 4$ kilométerrel többet tesz meg, 1 pont
így Alex előnyét óránként 4 kilométerrel csökkenti. 1 pont
Bálint $16 : 4 = 4$ óra alatt tudja behozni a lemaradását. 1 pont
13 órakor lesz először egyenlő a két fiú által megtett út.
Ellenőrzés: Alex $5 \cdot 16 = 80$ km, Bálint pedig $4 \cdot 20 = 80$ km utat tesz meg. 1 pont
-
- Összesen: 10 pont

Második megoldás:

- a) 10 óráig Alex $2 \cdot 16 = 32$ kilométert tesz meg, 1 pont
Bálint pedig 20 kilométert, így $124 - 32 - 20 = 72$ kilométerre lesznek egymástól. 1 pont
- b) Legyen a 8 órától a találkozásig eltelt idő x óra. 1 pont
A találkozásig Alex $16x$, Bálint $20 \cdot (x - 1)$ km utat tesz meg. 1 pont
Mivel ketten együtt 124 km utat tesznek meg, felírható a következő egyenlet: 1 pont
$$16x + 20 \cdot (x - 1) = 124.$$

A zárójel felbontása és összevonás után kapjuk, hogy
$$36x - 20 = 124.$$

Az egyenlet mindkét oldalához 20-at hozzáadva, 36-tal való osztás után adódik, hogy
$$x = 4.$$
 1 pont
A két fiú 4 órával Alex indulása után, vagyis 12 órakor találkozik. 1 pont
Ellenőrzés: Alex útja $16 \cdot 4 = 64$ km, Bálinté $3 \cdot 20 = 60$ km, ezek összege 124 km.
- c) Legyen a 8 órától a keresett pillanatig eltelt idő y óra. 1 pont
A keresett pillanatig Alex $16y$, Bálint $20 \cdot (y - 1)$ km utat tesz meg, 1 pont
így felírható a következő egyenlet: 1 pont
$$20 \cdot (y - 1) = 16y.$$

A zárójel felbontása után kapjuk, hogy
$$20y - 20 = 16y.$$

Az egyenlet mindkét oldalához 20-at hozzáadva, $16y$ -t kivonva, majd az egyenlet mindkét oldalát 4-gyel osztva adódik, hogy
$$y = 5.$$
 1 pont
13 órakor lesz először egyenlő a két fiú által megtett út. 1 pont
Ellenőrzés: Alex $5 \cdot 16 = 80$ km, Bálint pedig $4 \cdot 20 = 80$ km utat tesz meg. 1 pont
-
- Összesen: 10 pont

Harmadik megoldás:

- a) 10 óráig Alex $2 \cdot 16 = 32$ kilométert tesz meg, 1 pont
Bálint pedig 20 kilométert, így $124 - 32 - 20 = 72$ kilométerre lesznek egymástól. 1 pont
- b) Vizsgáljuk a fiúk által megtett utat, illetve a köztük lévő távolságot tovább. 1 pont
11 óráig Alex $3 \cdot 16 = 48$ kilométert tesz meg, Bálint pedig $2 \cdot 20 = 40$ kilométert, így a két fiú közti távolság ekkor $124 - 48 - 40 = 36$ km. 1 pont

7. osztály

12 óráig Alex $4 \cdot 16 = 64$ kilométert tesz meg, Bálint pedig $3 \cdot 20 = 60$ kilométert,	1 pont
így a két fiú közti távolság ekkor $124 - 64 - 60 = 0$ km.	1 pont
A két fiú 12 órakor találkozik egymással.	1 pont
c) Folytassuk tovább az előző számolást, hiszen a találkozásig, azaz 12 óráig Alex 4 kilométerrel több utat tett meg.	2 pont
13 óráig Alex $5 \cdot 16 = 80$ kilométert tesz meg, Bálint pedig $4 \cdot 20 = 80$ kilométert, tehát a két fiú által megtett út egyenlő.	1 pont
13 órakor lesz először egyenlő a két fiú által megtett út.	1 pont
Összesen:	10 pont

További útmutató a javító tanároknak:

Az a), b), c) részre rendre legfeljebb 2, 4, 4 pont adható. A helyes végeredmény indoklás nélküli közléséért mindhárom részfeladat esetén 1-1 pont, összesen tehát 3 pont adható. A javítókulcs alapján több esetben a megoldásra és az ellenőrzésre együtt jár egy pont; ha a versenyző olyan esetben, ahol ezt a javítókulcs jelzi, nem végez ellenőrzést, akkor ezért a hiányosságért csak egy alkalommal vonjunk le összesen 1 pontot. Az a) rész esetén fogadjuk el teljes értékű indoklásnak azt, ha a versenyző egy ábrát rajzol, és azon jelöli a távolságokat. A harmadikhoz hasonló megoldás esetén a részeredményeket a versenyző egy táblázatban vagy egy ábrán is rögzítheti, ebben az esetben is lehet megoldása akár teljes értékű is.

2. Egy téglatest két lapjának területe 45 cm^2 és 100 cm^2 , a téglatest minden élének hossza centiméterben mérve egész szám. Mennyi a téglatest felszíne és a térfogata?

Első megoldás:

Mivel a téglatest szemközti lapjai egyenlő területűek, ezért a téglatestnek van olyan éle, amelyben egy 45 cm^2 és egy 100 cm^2 területű lap találkozik.	1 pont
Ezen él hosszának mérőszáma a 45-nek és a 100-nak is osztója.	1 pont
Mivel a 45 és a 100 legnagyobb közös osztója 5,	1 pont
ezért a közös élnek a hossza 1 cm vagy 5 cm lehet.	1 pont
Ha a közös él hossza 1 cm, akkor a kisebb lap másik éle 45 cm, a nagyobb lapé 100 cm, tehát az egy csúcsból induló élek hossza 1 cm, 45 cm és 100 cm.	1 pont
Ekkor a téglatest felszíne $A = 2 \cdot (1 \cdot 45 + 1 \cdot 100 + 45 \cdot 100) = 2 \cdot 4645 = 9290 \text{ cm}^2$,	1 pont
térfogata pedig $V = 1 \cdot 45 \cdot 100 = 4500 \text{ cm}^3$.	1 pont
Ha a közös él hossza 5 cm, akkor a kisebb lap másik éle 9 cm, a nagyobb lapé 20 cm, tehát az egy csúcsból induló élek hossza 5 cm, 9 cm és 20 cm.	1 pont
Ekkor a téglatest felszíne $A = 2 \cdot (5 \cdot 9 + 5 \cdot 20 + 9 \cdot 20) = 2 \cdot 325 = 650 \text{ cm}^2$,	1 pont
térfogata pedig $V = 5 \cdot 9 \cdot 20 = 900 \text{ cm}^3$.	1 pont
Összesen:	10 pont

Második megoldás:

Vizsgáljuk meg, hogy mekkorák lehetnek azokat a lapokat határoló élek, amelyeknek a területe ismert, azaz hogy hogyan lehet két pozitív egész szám szorzata 45, illetve 100:	
$45 = 1 \cdot 45 = 3 \cdot 15 = 5 \cdot 9,$	1 pont
$100 = 1 \cdot 100 = 2 \cdot 50 = 4 \cdot 25 = 5 \cdot 20 = 10 \cdot 10.$	1 pont
Mivel a téglatest szemközti lapjai egyenlő területűek, ezért a téglatestnek van olyan éle, amelyben egy 45 cm^2 és egy 100 cm^2 területű lap találkozik.	1 pont
Az alábbi felbontások alapján ez a közös él csak 1 cm vagy 5 cm hosszú lehet.	1 pont
Ha a közös él hossza 1 cm,	
akkor a téglatest egy csúcsból induló éleinek hossza 1 cm, 45 cm és 100 cm.	1 pont
Ekkor a téglatest felszíne $A = 2 \cdot (1 \cdot 45 + 1 \cdot 100 + 45 \cdot 100) = 2 \cdot 4645 = 9290 \text{ cm}^2$,	1 pont
térfogata pedig $V = 1 \cdot 45 \cdot 100 = 4500 \text{ cm}^3$.	1 pont
Ha a közös él hossza 5 cm,	
akkor a téglatest egy csúcsból induló éleinek hossza 5 cm, 9 cm és 20 cm.	1 pont

7. osztály

Ekkor a téglatest felszíne $A = 2 \cdot (5 \cdot 9 + 5 \cdot 20 + 9 \cdot 20) = 2 \cdot 325 = 650 \text{ cm}^2$,	1 pont
térfogata pedig $V = 5 \cdot 9 \cdot 20 = 900 \text{ cm}^3$.	1 pont
Összesen:	10 pont

További útmutató a javító tanároknak:

Ha a versenyző indoklás nélkül kijelenti, hogy a téglatest egyik éle 1 cm vagy 5 cm, majd innen helyesen folytatja a feladat megoldását, az első 3 pontot ne kapja meg. Ha csak az egyik megoldást találja meg, akkor a negyedik 1 pontot se kapja meg. Mindkét felszín- és mindkét térfogatérték indoklás nélküli közléséért 1-1 pont, vagyis összesen legfeljebb 4 pont adható. Ha a versenyző bármelyik válaszához nem ír mértékegységet, vagy rossz mértékegységet használ, akkor végső pontszámából összesen 1 pontot vonjunk le.

3. A hetedikesek rajztanára arra kérte az osztály tanulóit, hogy hozzanak a következő órára minél több őszi termést. Marci kétszer annyi makkot hozott magával, mint Berci, Bercinél viszont négyszer annyi gesztenye volt, mint Marcinál. Kettejük közös gyűjtésének 75 százaléka makk volt. Mivel másfajta termést egyikük sem hozott magával, ezért Berci a rajzóra előtti szünetben 2 gesztenyét elcserélt 2 dióra. A csere után Marci és Berci összes termésének 20 százaléka volt gesztenye.

- a) Hány termést hozott Marci és Berci a rajzóra összesen?
b) Hány makkot és hány gesztenyét hozott Marci?

Első megoldás:

a) Ha kezdetben közös gyűjteményük 75 %-a volt makk, akkor 25 % volt a gesztenye.	1 pont
A csere után a gesztenye aránya 20 % lett, vagyis 5 %-kal csökkent.	1 pont
Ha a 2 elcserélt gesztenye a gyűjtemény 5 %-a, akkor a gyűjtemény ennek 20-szorosa,	1 pont
tehát a fiúk összesen 40 termést hoztak magukkal rajzóra.	1 pont
b) Csere előtt a 40 termésnek 75 %-a, vagyis 30 darab volt makk,	
tehát 10 darab volt közülük gesztenye.	1 pont
Ha Marci kétszer annyi makkot hozott, mint Berci,	
akkor Berci az összes makknak a harmadrészét hozta,	1 pont
vagyis 10 darabot, Marci pedig ennek a kétszeresét, azaz 20 darabot.	1 pont
Ha Berci négyszer annyi gesztenyét hozott, mint Marci,	
akkor Marci az összes gesztenyének az ötödrészét hozta,	1 pont
vagyis 2 darabot, Berci pedig ennek a négyszeresét, azaz 8 darabot.	1 pont
Marci 20 darab makkot és 2 darab gesztenyét hozott a rajzóra.	1 pont
Összesen:	10 pont

Második megoldás:

Legyen a Marci által hozott gesztenyék száma x , ekkor a Berci által hozott gesztenyék száma $4x$, tehát ketten együtt $5x$ darab gesztenyét hoztak.	1 pont
Ha kezdetben közös gyűjteményük 75 %-a volt makk, akkor 25 % volt a gesztenye.	
Ez azt jelenti, hogy háromszor annyi makkot vittek, mint gesztenyét,	
ezért ketten együtt összesen $15x$ darab makkot és $20x$ darab termést hoztak.	1 pont
Ha Marci kétszer annyi makkot hozott, mint Berci, akkor Berci az összes makknak a harmadrészét hozta, azaz $5x$ darabot, Marci pedig $10x$ darabot.	1 pont
Csere után a gesztenyék száma $5x - 2$ lett, ami az összes gesztenyék számának 20 %-a.	1 pont
Felírható tehát a következő egyenlet:	
$5x - 2 = 20x \cdot 0,2$.	1 pont
Az egyenlet jobb oldalán elvégezve a szorzást azt kapjuk, hogy	
$5x - 2 = 4x$.	1 pont
Az egyenlet mindkét oldalához 2-t hozzáadva és $4x$ -et kivonva adódik, hogy	
$x = 2$.	1 pont
Ellenőrzés: Marci 2 darab gesztenyét hozott, Berci 4-szer ennyit, azaz 8 darabot.	
Marci 20 darab gesztenyét hozott, Berci pedig ennek a felét, 10 darabot.	
Összesen 10 darab gesztenyét és 30 darab makkot hoztak, vagyis 40 darab termést.	
A 40-nek a 75 %-a valóban 30. Csere után a 40 darab termésből 8 darab volt gesztenye, ez a 40-nek az egyötöde, tehát a 20 %-a.	1 pont

7. osztály

- a) A két fiú összesen 40 termést hozott a rajzóra. 1 pont
 b) Marci 20 darab makkot és 2 darab gesztenyét hozott. 1 pont
-
- Összesen: 10 pont

További útmutató a javító tanároknak:

A két kérdésre adott válaszok indoklás nélküli közlésére 1-1 pont adható. Ha a versenyző ezen kívül még ellenőrzi, hogy az általa adott válaszok megfelelnek a feladat feltételeinek (megadja, hogy Berci hány makkot és hány gesztenyét hozott, és ellenőrzi a %-os feltételeket), akkor erre összesen legfeljebb további 2 pont adható. Ha a versenyző egyenlettel dolgozik, akkor a második megoldás első 5 pontját akkor is megkaphatja, ha szöveges magyarázat helyett egy táblázatba vezeti be a megfelelő jelöléseket, és a javítókulcsban leírt gondolatok megoldásában felfedezhetők. Az első megoldásban olvasható gondolatmenet részben egy megfelelő ábra rajzolásával is leírható. Ebben az esetben a javítókulcs által javasolt részpontoszámok közül csak azokat adjuk meg, amelyek a versenyző által készített ábrából egyértelműen kiderülnek. Ha a versenyző a feladatot egyenlettel oldja meg, akkor az ellenőrzés egy táblázat kitöltésével is elvégezhető.

4. A Z bolygón kétféle háziállat él: a 2 fejű, 6 lábú zikek és a 3 fejű, 5 lábú zakok. Egy napon Zoárd a réten sétálva zikeket és zakokat látott békésen legelészni. Megszámolta, hogy az állatoknak összesen 53 fejük és 123 lábuk van.
- a) Hány állat legelészett a réten összesen?
 b) Hány zik és hány zak volt a réten legelésző állatok között?

Első megoldás:

- a) A Z bolygón minden háziállat esetén a fejek és a lábak számának összege 8. 1 pont
 Mivel a legelésző állatok fejei és lábai számának összege $53 + 123 = 176$, 1 pont
 és $176 : 8 = 22$, 1 pont
 ezért összesen 22 állat legelészett a réten. 1 pont
- b) Ha mind a 22 állat zik lenne, akkor összesen $22 \cdot 2 = 44$ fejük lenne. 1 pont
 Valójában a legelésző állatoknak ennél $53 - 44 = 9$ -cel több fejük van. 1 pont
 Mivel a zakoknak 1-gyel van több fejük, mint a zikeknek, így a zakek száma 9, 1 pont
 tehát a zikek száma $22 - 9 = 13$. 1 pont
 A réten legelésző állatok között 13 zik és 9 zak volt. 1 pont
 Ellenőrzés: A 9 zaknak $9 \cdot 3 = 27$ feje és $9 \cdot 5 = 45$ lába van, a 13 ziknek pedig $13 \cdot 2 = 26$ feje és $13 \cdot 6 = 78$ lába, vagyis a fejek száma összesen $27 + 26 = 53$,
 a lábak számának összege pedig $45 + 78 = 123$. 1 pont
-
- Összesen: 10 pont

Második megoldás:

- Legyen a zikek száma x , a zakok száma y .
 A fejek számára felírható a következő egyenlet:

$$2x + 3y = 53. \quad (1)$$
 1 pont
- A lábak számára felírható a következő egyenlet:

$$6x + 5y = 123. \quad (2)$$
 1 pont
- Az (1) egyenlet mindkét oldalát 3-mal szorozva kapjuk, hogy

$$6x + 9y = 159.$$
 1 pont
- Ebből az egyenletből a (2) jelű egyenletet kivonva adódik, hogy

$$4y = 36,$$
 1 pont
 tehát a zakok száma $y = 9$. 1 pont
- Ezt az (1) jelű egyenletbe behelyettesítve azt kapjuk, hogy

$$2x + 27 = 53.$$
 1 pont
- Mindkét oldalból 27-et kivonva, 2-vel való osztás után adódik,
 hogy a zikek száma $x = 13$. 1 pont
- A réten legelésző állatok között 13 zik és 9 zak volt, 1 pont
 vagyis összesen 22 állat legelészett a réten. 1 pont
 Ellenőrzés: A 9 zaknak $9 \cdot 3 = 27$ feje és $9 \cdot 5 = 45$ lába van, a 13 ziknek pedig

7. osztály

13 · 2 = 26 feje és 13 · 6 = 78 lába, vagyis a fejek száma összesen 27 + 26 = 53, a lábak számának összege pedig 45 + 78 = 123.	1 pont
Összesen:	10 pont

Harmadik megoldás:

A legelésző állatok száma nem lehet 17 vagy ennél kevesebb, mert ha mindegyiknek 3 feje lenne, akkor is 51 vagy még kevesebb fejük lenne összesen.	1 pont
A legelésző állatok száma nem lehet 25 vagy ennél több, mert ha mindegyiknek 5 lába lenne, akkor is 125 vagy még több lábuk lenne összesen.	1 pont
Tehát az állatok száma legalább 18 és legfeljebb 24. Próbáljuk végig ezeket az eseteket.	1 pont
Ha 18 állat van és mind zik lenne, akkor összesen akkor összesen $18 \cdot 2 = 36$ fejük lenne.	
Valójában a legelésző állatoknak ennél $53 - 36 = 17$ -tel több fejük van.	1 pont
A zakoknak 1-gyel van több fejük, mint a zikeknek, így a zakok száma 17, a zikeké 1.	
Ekkor a lábak száma összesen $1 \cdot 6 + 17 \cdot 5 = 91$, ami nem felel meg a feladat feltételeinek.	1 pont
Hasonlóan számolva, a következőket kapjuk:	
Ha az állatok száma 19, akkor ebből 4 zik és 15 zak, a lábak száma $4 \cdot 6 + 15 \cdot 5 = 99$, ami nem felel meg a feladat feltételeinek.	
Ha az állatok száma 20, akkor ebből 7 zik és 13 zak, a lábak száma $7 \cdot 6 + 13 \cdot 5 = 107$, ami nem felel meg a feladat feltételeinek.	
Ha az állatok száma 21, akkor ebből 10 zik és 11 zak, a lábak száma $10 \cdot 6 + 11 \cdot 5 = 115$, ami nem felel meg a feladat feltételeinek.	1 pont
Ha az állatok száma 22, akkor ebből 13 zik és 9 zak, a lábak száma $13 \cdot 6 + 9 \cdot 5 = 123$, ami megfelel a feladat feltételeinek.	1 pont
Ha az állatok száma 23, akkor ebből 16 zik és 7 zak, a lábak száma $16 \cdot 6 + 7 \cdot 5 = 131$, ami nem felel meg a feladat feltételeinek.	
Ha az állatok száma 24, akkor ebből 19 zik és 5 zak, a lábak száma $19 \cdot 6 + 5 \cdot 5 = 139$, ami nem felel meg a feladat feltételeinek.	1 pont
A réten legelésző állatok száma 22,	1 pont
közülük 13 zik és 9 zak.	1 pont
Összesen:	10 pont

Negyedik megoldás:

A zakok lábainak számának összege osztható 5-tel, a 123 pedig 5-tel osztva 3 maradékot ad, ezért a zikek lábainak számának összege olyan 6-tal osztható szám, amely 5-tel osztva 3 maradékot ad, vagyis 8-ra végződik.	1 pont
Ha a zikeknek összesen 18 lába van, akkor a zakoknak összesen $123 - 18 = 105$ lába van, vagyis a zikek száma 3, a zakoké 21.	1 pont
Ekkor a fejek számának összege $3 \cdot 2 + 21 \cdot 3 = 69$, ez nem felel meg a feladat feltételeinek.	1 pont
Ha a zikeknek összesen 48 lába van, akkor a zakoknak összesen $123 - 48 = 75$ lába van, vagyis a zikek száma 8, a zakoké 15.	
Ekkor a fejek számának összege $8 \cdot 2 + 15 \cdot 3 = 61$, ez nem felel meg a feladat feltételeinek.	1 pont
Ha a zikeknek összesen 78 lába van, akkor a zakoknak összesen $123 - 78 = 45$ lába van, vagyis a zikek száma 13, a zakoké 9.	1 pont
Ekkor a fejek számának összege $13 \cdot 2 + 9 \cdot 3 = 53$, ez megfelel a feladat feltételeinek.	1 pont
Ha a zikeknek összesen 108 lába van, akkor a zakoknak összesen $123 - 108 = 15$ lába van, vagyis a zikek száma 18, a zakoké 3.	
Ekkor a fejek számának összege $18 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 45$, ez nem felel meg a feladat feltételeinek.	1 pont
Mivel a zikeknek nem lehet 123-nál több lába, így nincs több lehetőség, amit meg kellene vizsgálnunk.	1 pont
A réten legelésző állatok között 13 zik és 9 zak volt,	1 pont
vagyis összesen 22 állat legelészett a réten.	1 pont
Összesen:	10 pont

7. osztály

További útmutató a javító tanároknak:

Egyenletrendszerrel történő megoldás esetén a két egyenlet felírása 1-1 pontot ér, az egyenletrendszer bármely jó megoldására 5 pont adható; az ellenőrzésre 1 pont, a két kérdésre adott válaszra 1-1 pont jár. A két kérdésre adott helyes válasz indoklás nélküli közlésére 1-1 pont adható, a feladat feltételeinek ellenőrzésére további 1 pont. Tehát ha a versenyző próbálkozással rátalál a helyes megoldásra, erre legfeljebb a válaszokért járó 2 pontot és az ellenőrzésért járó 1 pontot kaphatja meg, azaz maximum 3 pontot érdemel. Ha a versenyző a harmadik megoldáshoz hasonlóan az összes lehetséges esetet kizárja vagy ellenőrzi, megoldása teljes értékű is lehet. Ha a harmadik megoldáshoz hasonló módszeres próbálkozással kísérli meg a feladat megoldását, valahonnan elkezd, és amikor megtalálja a helyes megoldást, akkor nem vizsgálja azt, hogy vannak-e további megoldások, összesen ne kapjon semmi esetre sem 5 pontnál többet.

5. Nevezzük kövér számjegyeknek azokat a számjegyeket, amelyeknek van egy kis „pocakja”: ezek a 0, a 6, a 8 és a 9, és nevezzük kövér számoknak azokat a számokat, amelyek csupa kövér számjegyből állnak.
- Hány kétjegyű kövér szám van?
 - Hány olyan háromjegyű kövér szám van, amely csupa különböző számjegyből áll?
 - Hány olyan négyjegyű kövér szám van, amelyben van legalább két azonos számjegy?

Megoldás:

a) A tízes helyi értéken nem szerepelhet 0, így oda 3-féle számjegy írható,	1 pont
az egyes helyi értéken mind a 4-féle számjegy szerepelhet,	1 pont
tehát $3 \cdot 4 = 12$ kétjegyű kövér szám van.	1 pont
b) A százasként helyi értéken nem szerepelhet 0, így oda 3-féle számjegy írható,	1 pont
a tízes és az egyes helyi értékeken nem szerepelhetnek a már felhasznált számjegyek,	
így a tízes helyi értéken 3-féle, az egyes helyi értéken 2-féle számjegy szerepelhet,	1 pont
tehát $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ háromjegyű kövér szám felel meg a feladat feltételeinek.	1 pont
c) Az előző két részben látott gondolatmenet alapján	
összesen $3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 192$ négyjegyű kövér szám van,	1 pont
ezek közül $3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 18$ olyan van, amelynek minden számjegye különböző,	1 pont
a többi tartalmaz egyforma számjegyeket,	1 pont
ezek száma tehát $192 - 18 = 174$.	1 pont
<hr/> Összesen:	10 pont

További útmutató a javító tanároknak:

Az a), b), c) részekre rendre 3, 3, 4 pont adható. Ha valamely részben a versenyző felsorolja az összes eseteket és jól megszámolja őket, adjuk meg a teljes pontszámot. Ha felsorolása hiányos, de legalább az összes esetek felét tartalmazza, akkor arra a részre adjunk 1 pontot, egyéb esetben ne adjunk pontot.

* * * * *

Több megoldásból csak egy kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. Az elérhető maximális pontszám 50 pont.

A dolgozatok pontszámait a www.mategye.hu honlapon kell rögzíteni 2019. december 10-ig.

Az 1. és 2. kategóriába tartozó versenyzők dolgozatainak továbbküldési pontszáma 25 pont. Ezeket a dolgozatokat legkésőbb 2019. december 10-én postára kell adni a Mategye Alapítvány címére (6001 Kecskemét, Pf. 585).

A továbbküldés nem feltétlenül jelent továbbjutást. A továbbjutáshoz szükséges pontthátárt a versenybizottság alapítja meg. A második fordulóra továbbjutott tanulók névsora 2019. december 16-tól a www.mategye.hu honlapon megtekinthető, ugyanitt láthatók 2020. január 13-tól a második forduló helyszínei is.

A második fordulóra csak olyan tanuló juthat, akinek határidőig rögzítésre került a pontszáma, és határidőig elküldésre került a dolgozata.

Köszönjük a munkájukat!