

Megyei Matematikaverseny 2. forduló

Feladatok

12. osztály gimnázium

1. feladat

Oldd meg a következő egyenleteket!

a) $\sqrt{x - \sin \frac{\pi}{6}} + |0,5 - x| + (2x - 1)^2 = 0;$

b) $\sqrt{2x^2 + 2\sqrt{6}x + 3} = 3\sqrt{3}.$

2. feladat

Határozd meg azt az $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt, amelyre teljesülnek az $f(x+1) = f(x) + \frac{x}{1008}$ ($x \in \mathbb{N}$), és $f(2016) = 2017$ feltételek!

3. feladat

A 20-nál nem nagyobb pozitív egész számok halmazából úgy választjuk ki a lehető legtöbb elemet, hogy a kiválasztott számok közül bármelyik kettőnek a szorzata más-más számjegyre végződik. Hányféle választás lehetséges?

4. feladat

Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$$5^x \cdot 2^{\frac{x}{x-1}} = 100$$

5. feladat

Jelölje egy háromszög oldalait a , b és c , a köré írható körének sugarát r ! Bizonyítsd be, hogy a $K = a^2 + b^2 + c^2 - 8r^2$ kifejezés pontosan akkor pozitív, ha a háromszög hegyesszögű, pontosan akkor negatív, ha a háromszög tompaszögű és pontosan akkor nulla, ha a háromszög derékszögű!

6. feladat

Bizonyítsd be, hogy a $\sin x + \cos x + \sin 2x$ összeg értéke legalább $-1,25$!