

Megyei Matematikaverseny 2. forduló

Feladatok

10. osztály gimnázium

1. feladat

Az ABC derékszögű háromszög AB átfogójának felezőpontja F . Az A csúcsból induló szögfelező a CF szakaszt M , a BC befogót E pontban metszi. Határozd meg a háromszög szögeit, ha $EC = EM$!

2. feladat

Egy könyvtárban 20000 könyvet szeretnének elhelyezni 199 polcon úgy, hogy minden polcra tesznek könyvet, de legfeljebb 199 darabot. Bizonyítsd be, hogy bármely elhelyezés esetén lesz legalább két olyan polc, amelyen egyenlő a könyvek száma!

3. feladat

Határozd meg azokat az \overline{ab} alakú kétjegyű számokat, amelyekre teljesül, hogy $\overline{aba} + \overline{bab} = n \cdot \overline{ab}$, ahol $n \in \mathbb{Z}$!

4. feladat

Egy körvonalon felveszünk 2016 kék és egy piros színű pontot. Tekintsük az összes olyan konvex sokszöget, amelynek minden csúcsa a felvett pontok közül való! Melyik sokszögből van több, piros csúcsot tartalmazó, vagy piros csúcsot nem tartalmazó sokszögből?

5. feladat

Bizonyítsd be, hogy az $5^{2n+1} \cdot 2^{n+4} + 3^{n+2} \cdot 2^{2n+3}$ összegnek a $\{4; 8; 19; 38\}$ halmaz minden eleme osztója bármely n természetes szám esetén!

6. feladat

Oldd meg a $4072 + n! = k^{2m}$ egyenletet, ahol k , n és m természetes számok! (Az $n!$ a természetes számok szorzatát jelöli 1-től n -ig.)