

Bács-Kiskun Megyei Matematikaverseny 2. forduló  
Feladatok

11. osztály  
gimnázium

**1. feladat**

Hatosországban a 6-os számrendszert használják. A telefonszámaik hat számjegyből állnak. Az ország lakói között kiosztották az összes lehetséges telefonszámot. Kiderült, hogy minden lakónak pontosan egy telefonszám jutott. Hatosország királyának a 000-000 a telefonszáma. Hány lakója van Hatosországnak? Hatosország egyik lakója, Sára véletlenszerűen beüt egy telefonszámot. Mennyi a valószínűsége annak, hogy olyat üt be, amelynek az első három számjegye azonos, és az utolsó három számjegye az első háromtól különböző, szintén azonos számjegy?

**2. feladat**

Mennyi  $\log_{25}150$ , ha  $\log_{30}2=a$  és  $\log_{30}3=b$ ?

**3. feladat**

Az  $ABCD$  konvex négyszög  $AB$  oldalára illeszkedik a  $P$ ,  $BC$  oldalára illeszkedik a  $Q$ ,  $CD$  oldalára illeszkedik az  $R$  és  $DA$  oldalára illeszkedik az  $S$  pont. Bizonyítsd be, hogy ha  $PQRS$  négyszög paralelogramma, akkor  $ABCD$  is paralelogramma!

**4. feladat**

Mi állítható arról a háromszögről, amelynek oldalai  $a$ ,  $b$  és  $c$ , a  $\gamma$  szög a  $c$  oldallal szemben fekvő szöge és  $\frac{a-b}{a} = 1 - 2\cos\gamma$ ?

**5. feladat**

Oldd meg a valós számok halmazán a  $\sqrt{(17+12\sqrt{2})^x} + \sqrt{(17-12\sqrt{2})^x} = \frac{10}{3}$  egyenletet!

**6. feladat**

Bizonyítsd be, hogy minden  $n$  pozitív egész szám esetén 18 osztója a  $2^{2n} + 24n - 10$  összegnek!