

## 12. osztály

1. Határozd meg  $A$ ,  $B$  és  $C$  értékét, majd add meg növekvő sorrendjüket! (Számológép nem használható. A számítás lépéseit követhetően írd le!)

$$A = \frac{2^{2011} + 2^{2012} + 2^{2013}}{2^{2015} - 2^{2014} - 2^{2013}} \quad B = \operatorname{tg} 15^\circ \cdot \cos^2 15^\circ \quad C = \log_{\pi} \frac{1}{\sqrt{\pi}} + 2^{\log_4 4}$$

2. Oldd meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

a)  $9^{\log_3(\lg x)} = \lg x - \lg^2 x + 1$

b)  $2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{3x} - \left(\frac{1}{8}\right)^{x-1} = 384$

3. Megjelöltük egy négyzet oldalainak harmadolópontjait. A harmadolópontokból véletlenszerűen választunk hármat. Mennyi a valószínűsége, hogy a három pont által meghatározott háromszög egyenlő szárú?

4. Kati 2 500 000 Ft-ot két részletben tett be a bankba. Az összeg egyik része egy év alatt 60 000 Ft-ot, a másik része 75 000 Ft-ot kamatozott. Ez utóbbi kamatlába 1%-kal kisebb volt, mint az elsőé. Hány százalékos kamatra tette be Kati a bankba az egyes összegeket, és mennyi volt a két betett összeg?

5. Határozd meg azt a hegyesszöget, amelyre a  $4\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}$  összeg minimumális! Mennyi az összeg legkisebb értéke?

6. Az  $ABCD$  konvex négyszög átlói merőlegesek egymásra. Merőlegest állítunk az  $AB$  oldal  $E$  felezőpontjából a  $CD$  oldalegyenesre, az  $AD$  oldal  $F$  felezőpontjából a  $CB$  oldalegyenesre. Bizonyítsd be, hogy ez a két egyenes az  $AC$  átlón metszi egymást!

Kecskemét, 2013. november 25.

Jó munkát és sok sikert kívánunk!

A Szervezőbizottság

## 12. osztály

1. Határozd meg  $A$ ,  $B$  és  $C$  értékét, majd add meg növekvő sorrendjüket! (Számológép nem használható. A számítás lépéseit követhetően írd le!)

$$A = \frac{2^{2011} + 2^{2012} + 2^{2013}}{2^{2015} - 2^{2014} - 2^{2013}} \quad B = \operatorname{tg} 15^\circ \cdot \cos^2 15^\circ \quad C = \log_{\pi} \frac{1}{\sqrt{\pi}} + 2^{\log_4 4}$$

2. Oldd meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

a)  $9^{\log_3(\lg x)} = \lg x - \lg^2 x + 1$

b)  $2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{3x} - \left(\frac{1}{8}\right)^{x-1} = 384$

3. Megjelöltük egy négyzet oldalainak harmadolópontjait. A harmadolópontokból véletlenszerűen választunk hármat. Mennyi a valószínűsége, hogy a három pont által meghatározott háromszög egyenlő szárú?

4. Kati 2 500 000 Ft-ot két részletben tett be a bankba. Az összeg egyik része egy év alatt 60 000 Ft-ot, a másik része 75 000 Ft-ot kamatozott. Ez utóbbi kamatlába 1%-kal kisebb volt, mint az elsőé. Hány százalékos kamatra tette be Kati a bankba az egyes összegeket, és mennyi volt a két betett összeg?

5. Határozd meg azt a hegyesszöget, amelyre a  $4\sin^2 x + \frac{1}{\sin^2 x}$  összeg minimumális! Mennyi az összeg legkisebb értéke?

6. Az  $ABCD$  konvex négyszög átlói merőlegesek egymásra. Merőlegest állítunk az  $AB$  oldal  $E$  felezőpontjából a  $CD$  oldalegyenesre, az  $AD$  oldal  $F$  felezőpontjából a  $CB$  oldalegyenesre. Bizonyítsd be, hogy ez a két egyenes az  $AC$  átlón metszi egymást!

Kecskemét, 2013. november 25.

Jó munkát és sok sikert kívánunk!

A Szervezőbizottság