1. Oldd meg az alábbi feladatokat!

a) Sorold fel a páros kétjegyű négyzetszámokat!

b) Egy háromszög belső szögeinek az aránya $2:5:11$. Mekkora a háromszög legkisebb belső szöge?

c) Döntsd el mind a három egyenlőségről, hogy igaz vagy hamis!

A) $a^3+a^7=a^{10}$ B) $(b^3)^7=b^{21}$ C) $c^4\cdot c^5=c^{20}$

d) Mennyi a 2024 és az 1452 legnagyobb közös osztója?

Megoldás:

a) 16; 36 és 64 — 3 pont

b) 20º — 2 pont

c) A hamis, B igaz, C hamis — 3 pont

d) 44 — 2 pont

Összesen: 10 pont

2. Oldd meg a $\frac{2x+3}{5}-\frac{3x-2}{4}=-1$ egyenletet a valós számok halmazán!

Megoldás:

$\frac{2x+3}{5}-\frac{3x-2}{4}=-1 \qquad /\cdot 20$

$4\cdot(2x+3)-5\cdot(3x-2)=-20$ — 3 pont

$8x+12-15x+10=-20$ — 2 pont

$-7x+22=-20$ — 1 pont

$7x=42$ — 1 pont

$x=6$ — 1 pont

Ellenőrzés: $\frac{2\cdot 6+3}{5}-\frac{3\cdot 6-2}{4}=3-4=-1$ — 2 pont

Összesen: 10 pont

3. Körmérkőzéses bajnokságot rendeznek 9 csapat részvételével. Mindenki mindenkivel egyszer játszik. A fordulókat mindig hétvégén rendezik, és minden hétvégén minden csapat legfeljebb egy mérkőzést játszhat. Legalább hány hétvégére van szükség a bajnokság lebonyolításához?

Megoldás:

A bajnokságban $(9\cdot 8):2=36$ mérkőzést játszanak. — 3 pont

Egy hétvégén minden csapat csak egyszer játszhat, ezért egy hétvégén legfeljebb 4 mérkőzést játszanak le, és egy csapat kimarad. — 3 pont

Így legalább 9 hétvégére van szükség. — 2 pont

A bajnokságot 9 hétvége alatt le is lehet bonyolítani. — 1 pont

Egy lehetséges lebonyolítást az alábbi táblázat mutatja. A táblázatban szereplő számok azt mutatják. hogy a szám sorában és oszlopában lévő két csapat hányadik fordulóban játszik egymással.

Csapat	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
1.	–	2	3	4	5	6	7	8	9
2.		–	4	5	6	7	8	9	1
3.				6	7	8	9	1	2
4.					8	9	1	2	3
5.						1	2	3	4
6.							3	4	5
7.								5	6
8.								–	7
9.									–

1 pont

Összesen: 10 pont

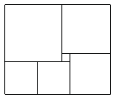
4. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynél kisebb pozitív egész számok közül néhány különbözőt összeadva 2024-et kapunk eredményül?

Megoldás:

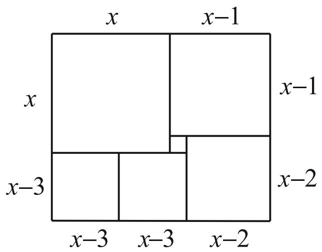
Legyen n a keresett szám!
Mivel a legkisebb n számot keressük, ezért az egész számok összege
1-től $n-1$ számig 2024-nél nagyobb és $n-2$ számig 2024-nél kisebb. 2 pont
Mivel az egész számok összege 1-től 64-ig $(1+64)\cdot 32=2080>2024$ 2 pont
és 1-től 63-ig $2080-64=2016<2024$, 1 pont
ezért n értéke 65 lehet. 1 pont
Mivel $2080-2024=56$, ezért ez meg is valósítható, ha 1-től 64-ig adjuk össze az
egész számokat az 56 kivételével (vagy olyan számok kivételével, amelyek összege 56). 2 pont
Tehát a keresett szám a 65. 2 pont

Összesen: 10 pont

5. Az ábrán látható téglalap 6 négyzetből áll, a legkisebb négyzet területe 1 cm^2.
a) Hány négyzetcentiméter a legnagyobb négyzet területe?
b) Hány négyzetcentiméter a téglalap területe?



Megoldás:



a) Legyen x a legnagyobb négyzet oldala!
Ekkor a többi négyzet oldala $x-1$, $x-2$ és $x-3$ (lásd ábra). 2 pont
A téglalap két szemközti oldala egyenlő, ezért
$x+x-1=x-3+x-3+x-2$, 2 pont
amiből $2x-1=3x-8$ és így $x=7$. 1 pont
Tehát a legnagyobb négyzet területe $7\cdot 7=49$ cm^2. 2 pont
b) A téglalap oldalai 13 cm és 11 cm, 1 pont
ezért a területe $13\cdot 11=143$ cm^2. 2 pont

Összesen: 10 pont

* * * * *

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése esetén a versenyző csak a válaszra adható pontot kaphatja. Több megoldásból csak egy (a jobb) kaphat pontot. Az útmutatóban közöltektől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. Az elérhető maximális pontszám 50 pont.

Kecskemét, 2024. december 2.

A Szervezőbizottság