

1. Oldd meg az alábbi feladatokat!

- a) Mennyi a 2024-nek a 25%-a?
- b) Hány szimmetriatengelye van egy körnek?
- c) Egy paralelogramma egyik szöge 55° -os. Hány fokos a másik három szöge?
- d) Egy baráti társaságban a 6 lány életkorának átlaga 12 év, a 4 fiúé 10 év. Mennyi a társaságban a gyerekek életkorának átlaga?

Megoldás:

- a) $2024 \cdot 0,25 = 506$ vagy $2024 : 4 = 506$. 2 pont
- b) végtelen sok 2 pont
- c) 55° , 125° és 125° 3 pont
- d) $(6 \cdot 12 + 4 \cdot 10) : 10 = (72 + 40) : 10 = 112 : 10 = 11,2$ 3 pont

Összesen: 10 pont

További útmutató javító tanárok részére: Ha a versenyző valamelyik feladatnál csak a jó végeredményt írta le, akkor is kapja meg erre a 2 vagy 3 pontot. Ha az a) feladatnál nem jó a végeredmény, de a művelet (osztás vagy szorzás) helyesen van felírva, akkor a versenyző a feladatra 1 pontot kapjon. A c) feladatra a versenyző annyi pontot kapjon, ahány jó választ írt le. A d) feladatnál a versenyző 1 pontot kapjon, ha jól számolta ki a lányok életkorát. 1 pontot, ha jól számolta ki a fiúk életkorát és 1 pontot, ha jól adta meg a végeredményt. Ha ezek közül valamelyiket nem jól számolta ki, arra nem jár az 1 pont, de a többi részre kapja meg az érte járó pontot.

2. Sorold fel a 2024 legfeljebb kétjegyű pozitív osztóit!

Megoldás:

- A 2024 prímtényezősz felbontása: $2024 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 23$ 1 pont
- A prímtényezősz felírásból látható, hogy a 2024 szám egyjegyű pozitív osztói: 1; 2; 4 és 8, 3 pont
- kétjegyű pozitív osztói: 11; 22; 23; 44; 46; 88 és 92. 6 pont

Összesen: 10 pont

További útmutató javító tanárok részére: Ha a versenyző a prímtényezősz felbontás nélkül jól felsorolja az osztókat, akkor is kapja meg a feladatra a 10 pontot. Ebben az esetben 11 jól megadott számra 10 pont, ennél kevesebb jól megadott számra a jól megadott számok számánál 1-gyel kevesebb pont jár. Ha a felsorolt számok között rossz szám is van, akkor rossz számonként 1 pontot vonjunk le a jó számokra adott pontszámból. A versenyző a feladatra 0 pontnál kevesebb pontot nem kaphat. Ha a versenyző párba állítással határozza meg a 2024 osztóit, majd leírja, hogy ezek közül csak az egyjegyűek és a kétjegyűek a megfelelőek, akkor is lapja meg a 10 pontot. Ha csak a párba állítást adja meg, akkor 9 pontot kapjon.

3. Egy nagy kockát 8 cm^3 térfogatú kiskockákból raktunk össze. Az elkészített nagy kockában 92 olyan kiskocka van, amelyek legalább egy éle a nagy kocka valamelyik élére illeszkedik.

- a) Mennyi a nagy kocka felszíne?
- b) Mennyi a nagy kocka térfogata?

Megoldás:

- a) A nagy kocka élére illeszkedő 92 kiskocka közül 8 a csúcsokban van, 1 pont
ezért a csúcsokban lévő kiskockák mellett
egy él mentén még $84 : 12 = 7$ kiskocka van. 1 pont
Így egy élre $7 + 2 = 9$ kiskocka illeszkedik. 1 pont
Egy kiskocka térfogata 8 cm^3 , ezért a kiskocka egy élének hossza 2 cm. 2 pont
Egy kiskocka éle 2 cm hosszú, ezért a nagy kocka egy élének hossza $9 \cdot 2 = 18 \text{ cm}$. 1 pont
Így a nagy kocka felszíne $6 \cdot 18 \cdot 18 = 1944 \text{ cm}^2$. 2 pont
- b) A nagy kocka egy élének hossza 18 cm, ezért 2 pont
a nagy kocka térfogata $18 \cdot 18 \cdot 18 = 5832 \text{ cm}^3$.

Összesen: 10 pont

További útmutató javító tanárok részére: Ha a versenyző a megoldásban csak a műveleteket és a végeredményeket írta le jól, mindenféle szöveges magyarázat nélkül, akkor a feladatra legfeljebb 5 pontot kaphat. A jó válaszokra csak abban az esetben jár a 2 pont, ha a versenyző teljes mondattal válaszolt és a mértékegységet helyesen adta meg. Más esetben a jó válaszokra csak 1 pont jár.

4. Kató egymás után többször kiválasztott öt különböző természetes számot. Ezután mindegyik esetben a kiválasztott öt számot az összes lehetséges módon párba állította, majd minden pár esetén a nagyobb számból kivonta a kisebb számot, végül megszámlolta, hogy a kapott különbségek között hány páros szám van. Hány különböző eredményt kaphatott Kató?

Megoldás:

Az 5 kiválasztott számból 10 párat tud képezni Kató.	1 pont
Két páros és két páratlan szám különbsége mindig páros.	1 pont
Ha a különbség egyik tagja páros, a másik páratlan, akkor a különbség mindig páratlan.	1 pont
Kató a számok párossága alapján a következőképpen választhatott öt számot: mind az 5 szám páros, ekkor mindegyik különbség mindkét tagja páros, ezért a páros különbségek száma 10.	1 pont
4 szám páros, 1 szám páratlan, ekkor $4 \cdot 1 = 4$ olyan különbség van, amelynek egyik tagja páros, a másik páratlan, ezért a páros különbségek száma $10 - 4 = 6$.	1 pont
3 szám páros, 2 szám páratlan, ekkor $3 \cdot 2 = 6$ olyan különbség van, amelynek egyik tagja páros, a másik páratlan, ezért a páros különbségek száma $10 - 6 = 4$.	1 pont
2 szám páros, 3 szám páratlan, ekkor $2 \cdot 3 = 6$ olyan különbség van, amelynek egyik tagja páros, a másik páratlan, ezért a páros különbségek száma $10 - 6 = 4$.	1 pont
1 szám páros, 4 szám páratlan, ekkor $1 \cdot 4 = 4$ olyan különbség van, amelynek egyik tagja páros, a másik páratlan, ezért a páros különbségek száma $10 - 4 = 6$.	1 pont
mind az 5 szám páratlan, ekkor mindegyik különbség mindkét tagja páratlan, ezért a páros különbségek száma 10.	1 pont
Kató tehát 3 különböző (10; 6 és 4) eredményt kaphatott.	1 pont

Összesen: 10 pont

További útmutató javító tanárok részére: Ha a versenyző a megoldásokat mindenféle szöveges magyarázat, indoklás nélkül adja meg, akkor a feladatra legfeljebb 5 pontot kaphat.

5. Sanyi tíz egymást követő pozitív egész számot felírt egy-egy cédulára. Laci elvett a 10 cédula közül egyet. A Sanyinál maradt cédulákon lévő számok összege 2024. Melyik szám állt a Laci által elvett cédulán?

Megoldás:

Jelölje $x-4, x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5$ a tíz egymást követő pozitív egész számot!	1 pont
Ekkor a tíz szám összege $10x+5$.	1 pont
Ha a tíz szám közül valamelyik számot elveszünk, akkor a megmaradt kilenc szám összege $9x+9, 9x+8, 9x+7, 9x+6, 9x+5, 9x+4, 9x+3, 9x+2, 9x+1$ vagy $9x$ lehet.	1 pont
A Sanyinál maradt kilenc szám összege 2024 és $2024 = 224 \cdot 9 + 8$, ezért $x = 224$, és	2 pont
Laci azt a számot vette el, amelyik után a Sanyinál maradt kilenc szám összege $9x+8$.	1 pont
Mivel $9x+8 = 10x+5 - (x-3)$, ezért Laci az $x-3$ számot vette el.	1 pont
Laci tehát azt a cédulát vette el, amelyiken az $x-3 = 224-3 = 221$ szám állt.	2 pont
Ellenőrzés: $220 + 221 + 222 + 223 + 224 + 225 + 226 + 227 + 228 + 229 = 2245$ és $2245 - 221 = 2024$.	1 pont

Összesen: 10 pont

További útmutató javító tanárok részére: A megoldásra csak abban az esetben jár a 10 pont, ha a versenyző megfelelően indokolta a megoldását. A jó válaszra csak abban az esetben jár a 2 pont, ha a versenyző teljes mondattal válaszolt. Más esetben a jó válaszra csak 1 pont jár. Ha a versenyző indoklás nélkül kitalálta a megfelelő 10 számot, akkor erre 2 pontot, a helyes válaszra szintén 2 pontot kapjon. Ha a helyes választ leellenőrizte, akkor erre újabb 2 pontot kaphat.

* * * * *

Bármelyik feladat eredményének indoklás nélküli közlése esetén a versenyző csak a válaszra adható pontot kaphatja. Több megoldásból csak egy (a jobb) kaphat pontot. Az útmutatóban közltekeltől eltérő, de kifogástalan indoklású megoldások egyenértékűek a bemutatott megoldásokkal. Az elérhető maximális pontszám 50 pont.