# ABACUS

MATEMATIKAI LAPOK 10–14 ÉVESEKNEK

**2023. október**

**ABACUS, matematikai lapok 10–14 éveseknek**
a Bolyai János Matematikai Társulat és
a Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány folyóirata
Alapította: Róka Sándor 1994-ben.

30. évfolyam 2. szám 2023. október

Megjelenik szeptembertől áprilisig havonta 44 oldalon.

A lap támogatói:

Fakopáncs bolt



A főszerkesztő postacíme: 1437 Budapest, Pf. 774
A lap internet címe: www.mategye.hu
A lap (főszerkesztő) e-mail címe: abacusujsag@gmail.com

Címlap: Szepessy Béla grafikusművész és Nagy Attila grafikus
Piktogramok: Váradi Kata
Rajzok: Rigóné Tuska Henriett

Kiadja: Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány
Felelős kiadó: Csordás Mihály
Műszaki szerkesztő: Rigóné Tuska Henriett

ISSN 1219–2597

A lap megrendelhető: MATEGYE Alapítvány 6001 Kecskemét, Pf. 585
Tel.: 76/483-047 E-mail: abacus@mategye.t-online.hu
Adószám: 19047441-2-03

A lap előfizetési díja a 2023/2024-es tanévre 10 000 Ft, ami tartalmazza a postaköltséget, és a pontversenyek nevezési díját is.

# L U R K Ó - L O G I K A

*rovatvezető: Bagota Mónika*

*„Azt az örömöt, élményt, amit egy nehéz feladat megoldása után érzünk, nem pótolja az, ha valaki elmondja nekünk a megfejtést.” (Róka Sándor)*

*„Aki matematikát tanul, az a tűzzel játszik. A matematika könnyen lenyűgözi, elcsábítja, rabul ejti az embert. Csodálatos titkokat rejt, melyek egyike-másika kis szerencsével és kemény munkával megfejthető. A megvilágosodás pillanatának katarzisa semmivel sem összehasonlítható, felemelő érzés.” (Pach János)*

## *Feladatok csak 3. osztályos tanulóknak*

**A.1519.** A játékboltban piros és kék dobókockát árulnak. Hány forintba kerül 1 piros és 1 kék dobókocka, ha 4 kék dobókocka ára ugyanannyi, mint 6 piros dobókockáé, és 12 kék dobókocka összesen 540 Ft-ba kerül?

**A.1520.** Piripócson egy 400 méter hosszú egyenes út mindkét oldalára egy-egy sorban a lehető legtöbb fát szeretnék ültetni úgy, hogy bármely két szomszédos fának egymástól 8 méterre kell kerülnie. Hány fára lesz ehhez szükség?

## *Feladatok 3. és 4. osztályos tanulóknak*

**A.1521.** Ede és Béla, a két szórakozott professzor három különböző bejáraton tud bemenni az egyetemre. Hányféleképpen juthatnak be a professzorok az egyetemre, ha két belépést akkor tekintünk különbözőnek, ha legalább az egyikük nem ugyanazon a bejáraton megy be az épületbe, mint a másik?

**A.1522.** Van 24 darab azonos méretű fakockánk. Hány különböző tömör téglatestet lehet belőlük építeni, ha mindig mindegyik fakockát beépítjük?

**A.1523.** Egy parkolóban 7 jármű áll, kétkerekű biciklik, négykerekű autók és hatkerekű teherautók, mindegyik fajtából legalább egy darab. A járműveknek összesen 22 kerekük van. Hány bicikli, hány autó és hány teherautó áll a parkolóban?

## *Feladatok csak 4. osztályos tanulóknak*

**A.1524.** Hány éves most Kata, ha három év múlva háromszor annyi idős lesz, mint amennyi három évvel ezelőtt volt?

**A.1525.** Egy tóban zöld és barna békák úszkálnak. Legkevesebb 5 békának kell kiugrani a partra, hogy biztosan legyen a parton levő békák között zöld béka. Legkevesebb 6 békának kell kiugrani a partra, hogy biztosan legyen a parton levő békák között barna béka. Hány béka úszkál a tóban?

*A Lurkó-logika feladatsorait Rapcsó Ibolya lektorálta.*

**Beküldési határidő: 2023. november 14.**

**A megoldásokat az alábbi címre küldjétek:**
**ABACUS Matematika 1437 Budapest, Pf. 774**

**Kérjük, hogy a versenyzők és a dolgozatokat beküldő iskolák fokozottan ügyeljenek a határidő pontos betartására!**

## A szeptemberben kitűzött feladatok megoldásai

**A. 1512.** Egy béka ugrál a számegyenesen, ugrásainak hossza 1 egység. A számegyenesen a 2-t jelölő pontból a 3-at jelölő pontba 3 ugrással jutott el. Hányféleképpen tehette ezt meg?

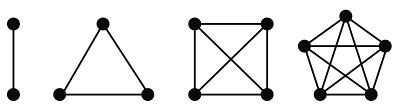
**Megoldás**: A béka a számegyenes 2-t jelölő pontjából indult, a 3-at jelölő pont tőle 1 ugrásnyira jobbra található. Így 3 ugrással úgy tudott ebbe a pontba eljutni, hogy a 3 ugrása közül kettővel jobbra, eggyel pedig balra ugrott. Mivel balra ugorhatott az első, a második vagy a harmadik ugrása során, így 3-féleképpen juthatott el 3 ugrással a 2-t jelölő pontból a 3-at jelölő pontba.

**A. 1513.** Macskafalván a macskák fele fehér, a negyedük fekete, a többi pedig vörös színű. Hány macska lakik összesen Macskafalván, ha 10 vörös macska van?

**Megoldás**: Mivel a macskák fele fehér, a negyedük pedig fekete, így a macskák háromnegyed része fehér vagy fekete, azaz a macskák negyed része vörös színű. Mivel a vörös színű macskák száma 10 és ez az összes macska számának a negyed része, így Macskafalva macskáinak száma $10 \cdot 4 = 40$.

**A. 1514.** Az iskolai gombfoci bajnokságon több csapat vett részt. Minden csapat mindegyik csapattal pontosan egyszer játszott. Hány csapat vett részt a bajnokságban, ha a csapatok összesen 10 meccset játszottak?

**Megoldás**: Jelöljük a csapatokat pontokkal, a lehetséges meccseket pedig az őket összekötő vonallal. Egy meccs mindig két csapat között történik.



Mivel a bajnokságban minden csapat mindegyik csapattal pontosan egyszer játszik, így:
2 csapat esetén 1 meccset játszanak,
3 csapat esetén 3 meccset játszanak,
4 csapat esetén 6 meccset játszanak,
5 csapat esetén 10 meccset játszanak.
Több csapat esetén, mivel minden csapat mindegyik csapattal pontosan egyszer játszik, a meccsek száma10-nél több lesz.
Így az iskolai gombfoci bajnokságon 5 csapat vett részt.

**A. 1515.** A törpék iskolájában 120 törpe tanul, közülük 64 a lánytörpe. A lányok fele varázslást is tanul, ide a fiútörpéknek csak a negyede jár. Az alábbi állítások közül melyik igaz és melyik hamis a törpék iskolájába járó törpékre?

(1) Kevesebben tanulnak varázslást, mint ahányan nem.
(2) A varázslást tanulók száma 4-gyel több, mint a varázslást nem tanuló fiútörpéké.
(3) A varázslást tanuló fiútörpék feleannyian vannak, mint a varázslást tanuló lánytörpék.
(4) A varázslást tanuló fiútörpék és a varázslást nem tanuló lánytörpék együtt ugyanannyian vannak, mint a varázslást tanuló törpék.

**Megoldás**: A törpék iskolájában 120 törpe tanul, közülük 64 a lánytörpe, így a törpék iskolájába 56 fiútörpe jár. Mivel a lányok fele és a fiúk negyede tanul varázslást, így $64:2=32$ lánytörpe és $56:4=14$ fiútörpe, azaz összesen 46 törpe tanul varázslást.
Az (1) állítás igaz, mert a varázslást tanuló törpék száma 46, a varázslást nem tanuló törpéké pedig 74.
A (2) állítás igaz, mert a varázslást tanuló törpék száma 46, a varázslást nem tanuló fiútörpéké pedig 42.
A (3) állítás nem igaz, mert a varázslást tanuló fiútörpék száma 14, a lánytörpéké pedig 32 és a 32-nek nem fele a 14.
A (4) állítás igaz, mert a varázslást tanuló fiútörpék és a varázslást nem tanuló lánytörpék száma együtt $14+32=46$, a varázslást tanuló törpék száma pedig szintén 46.

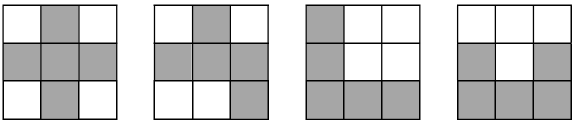
**A. 1516.** Írjuk fel a legnagyobb és a legkisebb olyan háromjegyű számot, amelyben a százasok helyén álló számjegy legalább akkora, mint a nála kisebb helyi értéken álló számjegyek szorzata. Mennyi ennek a két számnak a különbsége?

**Megoldás**: Mivel 9 a legnagyobb számjegy, ami a keresett legnagyobb háromjegyű szám százas helyi értékén állhat, így a másik két helyi értéken levő számjegyek szorzata 9 vagy annál kisebb szám lehet. A 9 felírható 9 és 1 szorzataként, így a keresett legnagyobb háromjegyű szám a 991.

Hasonlóan, mivel 1 a legkisebb számjegy, ami a keresett legkisebb háromjegyű szám százas helyi értékén állhat, így a másik két helyi értéken levő számjegyek szorzata 1 vagy annál kisebb, azaz 0 lehet. Így a keresett legkisebb háromjegyű szám a 100. Ebből azonnal kapjuk, hogy a két szám különbsége 891.

**A. 1517.** Egy négyzetet 9 egybevágó kis négyzetből raktunk ki. Vegyünk el a négyzetből 4 kis négyzetet úgy, hogy a megmaradt sokszög kerülete ugyanakkora legyen, mint az eredeti négyzet kerülete. Hányféleképpen tehetjük ezt meg? (Két sokszöget csak akkor tekintsünk különbözőnek, ha forgatással vagy tükrözéssel nem vihetők egymásba.)

**Megoldás**: Legyen egy kis négyzet oldalának hossza 1 egység! A 9 egybevágó kis négyzetből álló négyzet kerülete 12 egység. A nagyobb négyzetből 4 kis négyzet elvétele után tehát olyan sokszögeket kell keresnünk, amelyekre igaz, hogy a kerületük szintén 12 egység. Az ábrákból látható, hogy 4 kis négyzetet négyféleképpen is el lehet venni a nagy négyzetből úgy, hogy a keletkezett sokszög kerülete 12 egység legyen, mint az eredeti négyzet kerülete.



**A. 1518.** Hány olyan pozitív egész szám van, amelynek a tízesekre, százasokra és ezresekre kerekített értéke is 1000 ?

**Megoldás**: Azoknak a számoknak, amelyeknek tízesekre kerekített értéke 1000, ugyanennyi a százasokra és ezresekre kerekített értéke is. Keressük meg tehát azokat a számokat, amelyeknek a tízesekre kerekített értéke 1000! Ezek a számok: 995, 996, 997, 998, 999, 1000, 1001, 1002, 1003, 1004. Összesen tehát 10 olyan szám van, amelynek a tízesekre, százasokra és ezresekre kerekített értéke is 1000.

* * * * *

## Helyesbítés

| | | | |
|---|---|---|---|
|  | **Dömők Bernadett**<br>*8. osztály*<br>*ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimn. és Koll., Budapest V.* |  | **Holló Barnabás**<br>*7. osztály*<br>*Fazekas Mihály Gimnázium, Debrecen* |

Az ABACUS 2022/2023. tanévi matematika pontverseny legeredményesebb megoldóinak arcképcsarnokában Dömők Bernadett 8. osztályos és Holló Barnabás 7. osztályos tanuló iskolája hibásan jelent meg. Itt közöljük helyesen. A hibáért elnézést kérünk.

# M A T E M A T I K A I   P O N T V E R S E N Y

*rovatvezetők: Csík Zoltán, Kósa Tamás és Magyar Zsolt*

## *Feladatok csak 5. osztályos tanulóknak*

**B. 1538.** Két darab 2×2-es táblázat mezőibe beírjuk az 1, 2, 3, 4 számokat úgy, hogy egy táblázaton belül minden szám pontosan egyszer szerepel. Adjuk össze a táblázatok megfelelő mezőiben álló számokat, így kapjuk a harmadik táblázatot. Az alábbiakban látunk egy példát.

| | |
|---|---|
| **1** | **2** |
| **3** | **4** |

| | |
|---|---|
| **4** | **1** |
| **3** | **2** |

| | |
|---|---|
| **5** | **3** |
| **6** | **6** |

A feladat kitölteni az eredeti két táblázatot úgy, hogy az összegtáblázatnak megfeleljen. Keresd meg az összes megoldást!

| | |
|---|---|
| | |
| | |

| | |
|---|---|
| | |
| | |

| | |
|---|---|
| **8** | **5** |
| **4** | **3** |

**B. 1539.** Egy kikötőben hatalmas daruk rakják fel a teherautókról a téglatest alakú konténereket a tengerjáró hajóra. A hajón a konténerek úgy vannak elrendezve lényegében hézagmentesen, hogy egyik irányban 21, a másik irányban 23 darabot tudunk megszámolni, és az alsó sorban levő mindegyik konténer tetején van 5 másik konténer. Egy konténer behelyezésével 3 perc 47 másodperc alatt végez egy daru. Mennyi idő (hány nap, hány óra, hány perc és hány másodperc) alatt tudja 6 daru az üres hajót konténerekkel megtölteni?

## *Feladatok 5. és 6. osztályos tanulóknak*

**B. 1540.** Induljunk ki egy négyjegyű számból! Egy lépésben az alábbi változtatásokat hajthatjuk végre a számon:
1. Tetszőlegesen felcseréljük a számjegyeit.
2. Az első két számjegy mindegyikét növeljük 1-gyel.
A kezdő számunk legyen a 2024. Érjük el minél kevesebb lépésben, hogy a számunk 4444 legyen!

**B. 1541.** ***a)*** Tamás és Gizi testvérek. Tamás most 16 éves. 8 évvel ezelőtt kétszer annyi idős volt, mint Gizi. Hány éves lesz Gizi 10 év múlva?
***b)*** Frici és Mici is testvérek. 10 év múlva Frici kétszer annyi idős lesz, mint Mici. Hány évvel ezelőtt született Frici, ha Mici most szeptemberben kezdi az iskolát, 6 éves korában?

**B.1542.** A bolhapiacon háromféle építőkockát lehet venni (az építőkockák téglatest alakúak): a 2×3×5 cm-es 60 Ft, a 3×6×7 cm-es 80 Ft, a 3×5×12 cm-es 100 Ft. Peti szeretne egy pontosan 100 cm magas tornyot építeni az építőkockákból. Legkevesebb hány forintot kell elköltenie a szükséges építőkockákra?

### *Feladatok csak 6. osztályos tanulóknak*

**B.1543.** Két darab 2×2-es táblázat mezőibe beírjuk az 1, 2, 3, 4 számokat úgy, hogy egy táblázaton belül minden szám pontosan egyszer szerepel. Adjuk össze a táblázatok megfelelő mezőiben álló számokat, így kapjuk a harmadik táblázatot. Az alábbiakban látunk egy példát.

| | |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 3 | 4 |

| | |
|---|---|
| 4 | 1 |
| 3 | 2 |

| | |
|---|---|
| 5 | 3 |
| 6 | 6 |

A feladat kitölteni az eredeti két táblázatot úgy, hogy az összegtáblázatnak megfeleljen. Keresd meg az összes megoldást!

| | |
|---|---|
| | |
| | |

| | |
|---|---|
| | |
| | |

| | |
|---|---|
| 7 | 6 |
| 4 | 3 |

**B.1544.** A Földre megérkeztek a marslakók. Kinézetre olyanok, mint a földlakók, de minden állítás, amit kimondanak, hamis, ezzel szemben normál esetben a földlakók minden állítása igaz. Egy kör alakú asztalhoz leülnek hatan (mindenki marslakó vagy földlakó), a kör kerülete mentén egyenletesen elosztva. Legyen az ültetésük sorrendje Andi, Bandi, Cindi, Döndi, Endi, Fándi, majd újra Andi! A marslakóknak olyan kisugárzásuk van, hogy ha egy földlakó mellettük ül az asztalnál, az pont az ellenkezőjét fogja mondani annak, amit mondani akarna magától. Az alábbi állításokat mondják:

- Andi: Marslakó mellett ülök.
- Bandi: Az asztalnál három marslakó ül.
- Cindi: Szeretem a habos kakaót.
- Döndi: Velem szemben marslakó ül.
- Fándi: Mindkét szomszédom marslakó.

Ki marslakó és ki földlakó az asztalnál ülők közül?

### *Feladatok csak 7. osztályos tanulóknak*

**C.1686.** Buda törököktől való visszafoglalására öt sikertelen kísérlet után 1686-ban került sor. A várat a Szent Liga csapatai (kb. 80000 katona, köztük kb. 25000 magyar) három hónapon át ostromolták, és végül egy hadicsellel sikerült elfoglalniuk szeptember 2-án. Augusztus elején felmentő török csapatok

érkeztek a vár védőinek megsegítésére, de nem tudták áttörni az ostromgyűrűt. Ehhez kapcsolódik a budaörsi Törökugrató legendája: a felmentő sereg egyik részének vezére Szolimán pasa volt, aki a mai Budaörs határában próbált áttörni csapataival, de vereséget szenvedett. A vezér, mivel tudta, hogy Buda merre van, arrafelé próbált meg az üldöző csapatok elől menekülni, de hirtelen egy meredek szakadék szélén találta magát. Mivel az üldözők már a nyomában voltak, csapdába kerülvén a dicső halált választotta: lovának szemét bekötötte, és leugratott a szikláról. A hősies önfeláldozás tiszteletet ébresztett ellenfeleiben, és ettől kezdve nevezik Törökugratónak az addig Hatvantulkos-hegyként ismert hegyet. *(A történelmi hűség kedvéért el kell mondani, hogy valójában biztosan nem Szolimán pasa volt a történet főhőse, mert ő csapataival az ostrom után hazatért Törökországba, ahol több sikertelen csata után 1687-ben kivégezték.)*
A történet főszereplője a sziklaoromról sajnos nem láthatta Buda várát, mielőtt leugratott, mert ha egyenesen Buda felé nézett volna, néhány magasabb hegyvonulat eltakarta volna előle azt. A Törökugrató tengerszinttől számított magassága 250 m, Buda váráé 160 m. A két hely egymástól 9 km-re van légvonalban (a térképen), és az őket összekötő egyenes mentén fekszik többek között a Kő-hegy (225 m), a Frank-hegy déli lejtője (270 m) és Farkasrét (270 m). Ezek távolsága a Törökugratótól a mondott sorrendben 2,3 km; 4,1 km; 6 km.
***a)*** Ha csak a Kő-hegy lenne magaslati pontként a Törökugrató és Buda vára között, akkor eltakarná-e a Törökugratóról Buda felé néző lovas elől Buda várát?
***b)*** Milyen magasan lehetne legfeljebb a Frank-hegy adott vonalba eső része, hogy még éppen ne takarja el a rálátást a Törökugrató és Buda vára között?
***c)*** Hány százalékkal kellene alacsonyabban lennie Farkasrétnek, hogy még éppen ne takarja el a rálátást a Törökugrató és Buda vára között?

**C.1687.** Két darab 2×2-es táblázat mezőibe beírjuk az 1, 2, 3, 4 számokat úgy, hogy egy táblázaton belül minden szám pontosan egyszer szerepel. Adjuk össze a táblázatok megfelelő mezőiben álló számokat, így kapjuk a harmadik táblázatot. Az alábbiakban látunk egy példát.

| | |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 3 | 4 |

| | |
|---|---|
| 4 | 1 |
| 3 | 2 |

| | |
|---|---|
| **5** | **3** |
| **6** | **6** |

A feladat kitölteni az eredeti két táblázatot úgy, hogy a hiányos összegtáblázatnak megfeleljen. Keresd meg az összes megoldást!

| | |
|---|---|
| | |
| | |

| | |
|---|---|
| | |
| | |

| | |
|---|---|
| **6** | **6** |
| **5** | |

## *Feladatok 7. és 8. osztályos tanulóknak*

**C.1688.** ***a)*** A bolhapiacon háromféle építőkockát lehet venni (az építőkockák téglatest alakúak): a 2×3×5 cm-es 60 Ft, a 3×6×7 cm-es 80 Ft, a 3×5×12 cm-es 100 Ft. Peti szeretne egy pontosan 100 cm magas tornyot építeni az építőkockákból. Legkevesebb hány forintot kell elköltenie a szükséges építőkockákra?
***b)*** Hétvégére a 3×5×12 cm-es kocka árát felemelik 120 Ft-ra. Katinak 1240 Ft-ja van. Hogyan vásároljon szombaton a kockákból, hogy a megvett darabokból a lehető legmagasabb tornyot tudja felépíteni?

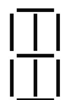
**C.1689.** A Földre megérkeztek a marslakók. Kinézetre olyanok, mint a földlakók, de minden állítás, amit kimondanak, hamis, ezzel szemben normál esetben a földlakók minden állítása igaz. Egy kör alakú asztalhoz leülnek hatan (mindenki marslakó vagy földlakó), a kör kerülete mentén egyenletesen elosztva. Legyen az ültetésük sorrendje Andi, Bandi, Cindi, Döndi, Endi, Fándi, majd újra Andi. A marslakóknak olyan kisugárzásuk van, hogy aki mellettük ül (akár földlakó, akár marslakó), az pont az ellenkezőjét fogja mondani annak, amit mondani akarna magától. Az alábbi állításokat mondják:

- Andi: Marslakó mellett ülök.
- Bandi: Az asztalnál összesen két marslakó ül.
- Cindi: Szeretem a habos kakaót.
- Döndi: Velem szemben marslakó ül.
- Endi: Cindi nem szereti a habos kakaót!
- Fándi: Mindkét szomszédom marslakó.

Tudjuk, hogy az asztalnál három marslakó ül. Kik azok?

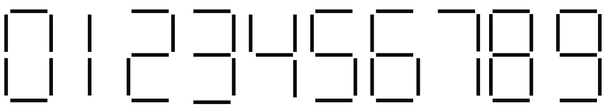
**C.1690.** Induljunk ki egy négyjegyű számból! Egy lépésben az alábbi változtatásokat hajthatjuk végre a számon:
1. Tetszőlegesen felcseréljük a számjegyeit.
2. Az első két számjegy mindegyikét növeljük 1-gyel.
A kezdő számunk legyen a 2024! Mennyi az a legkevesebb lépésszám, amellyel el tudjuk érni, hogy a számunk 7654 legyen?

**C.1691.** A digitális számjegyeket az alábbi világító pálcika formájú ledekkel ellátott kijelzőn jelenítjük meg (lásd 1. ábra). (Az egyes a két középső függőleges vonalka lesz.)

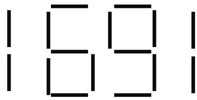


1. ábra

A számjegyek:



Ha ennek a feladatnak a négyjegyű sorszámát digitális számjegyekkel írjuk, akkor egy középpontosan szimmetrikus ábrát kapunk (lásd 2. ábra).
Hány ilyen középpontosan szimmetrikus négyjegyű számot lehet a fenti számjegyek segítségével előállítani?



2. ábra

***Feladatok csak 8. osztályos tanulóknak***

**C.1692.** ***a)*** Két különböző pozitív prímszám szorzatához hozzáadjuk a két prímszámot. Kaphatunk-e így prímszámot? Ha kaphatunk, adjunk rá legalább három példát, ha nem, indokoljuk meg, hogy miért nem.
***b)*** Két különböző pozitív prímszám szorzatához hozzáadjuk a két prímszámot és még 1-et. Kaphatunk-e így prímszámot? Ha kaphatunk, adjunk rá legalább három példát, ha nem, indokoljuk meg, hogy miért nem.

**C.1693.** Két darab 2×3-as táblázat mezőibe beírjuk az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számokat úgy, hogy egy táblázaton belül minden szám pontosan egyszer szerepel. Adjuk össze a táblázatok megfelelő mezőiben álló számokat, így kapjuk a harmadik táblázatot. Az alábbiakban látunk egy példát.

| | | |
|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** |
| **4** | **5** | **6** |

| | | |
|---|---|---|
| **3** | **6** | **1** |
| **5** | **2** | **4** |

| | | |
|---|---|---|
| **4** | **8** | **4** |
| **9** | **7** | **10** |

A feladat kitölteni az eredeti két táblázatot úgy, hogy a hiányos összegtáblázatnak megfeleljen. Keressük meg az összes megoldást!

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |

| | | |
|---|---|---|
| **11** | **9** | **4** |
| **9** | **3** | |

**Beküldési határidő: 2023. november 14.**

**A megoldásokat az alábbi címre küldjétek:**
**ABACUS Matematika 1437 Budapest, Pf. 774**

*A Matematikai pontverseny feladatsorait Szép János lektorálta.*

## A szeptemberben kitűzött feladatok megoldásai

**B.1531.** Jácintnak összesen 15 virága van. Jácint virágai közül mindegyik rózsa, viola vagy szegfű, és mindegyikből van neki legalább egy. Tudjuk, hogy több rózsája van, mint szegfűje, és több szegfűje van, mint violája.
***a)*** Hány darab lehet az egyes virágfajtákból Jácintnak, ha mindegyik páratlan darabszámú?
***b)*** Hány darab lehet az egyes virágfajtákból Jácintnak, ha páros számú violája van?

**Megoldás:** ***a)*** Violából van neki a legkevesebb, és mivel az egyes fajták darabszáma különböző páratlan szám, ezért csak 1 vagy 3 violája lehet (5 violánál már legalább 7 szegfű és 9 rózsa lenne, de ez több, mint 15 virág). A másik két virágból összesen így 14 vagy 12 van, a lehetőségek a táblázatban láthatók.

| Viola | Szegfű | Rózsa |
|---|---|---|
| 1 | 3 | 11 |
| 1 | 5 | 9 |
| 3 | 5 | 7 |

***b)*** Violából van a legkevesebb, ezért ennek darabszáma nem lehet 4-nél több (legalább 5 (pláne 6) violánál már legalább 6 szegfű és 7 rózsa lenne, de ez több, mint 15 virág), vagyis csak 2 vagy 4 lehet. A másik két virágból összesen így 13 vagy 11 van, a lehetőségek a táblázatban láthatók.

| Viola | Szegfű | Rózsa |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 10 |
| 2 | 4 | 9 |
| 2 | 5 | 8 |
| 2 | 6 | 7 |
| 4 | 5 | 6 |

**B. 1532.** Egy afrikai törzsi táncban a zenészek ütemes dobütéseire ugrálnak a táncosok egy előre felrajzolt táblázatszerű mintán. Mindig páros lábbal, kis terpeszben ugranak úgy, hogy a két lábuk egy-egy szomszédos mezőben legyen. A tánctér mintázata a táblázatban látható.
A két táncos a tánctér ellentétes sarkából egyszerre indul, másodpercenként egyet ugorva. A táblázatba írt számok jelzik, hogy a lábaik melyik másodpercben melyik mezőkön vannak.
***a)*** Összeütközik-e a két táncos ezen a 8×4-es táncmezőn? Milyen méretű lehet a táncmező, hogy ne ütközzenek össze menet közben?
***b)*** Mindkét táncos mögött a nyomukban haladva elindulnak további táncosok a fenti táncmezőn, akik ugyanilyen ütemben ugrálva haladnak. Mennyi a legkisebb követési időköz (egész másodpercben), amellyel indulva senki sem fog senkivel összeütközni menet közben?

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 , 2 | 2 , 3 | 3 |
| 6 | 5 , 6 | 4 , 5 | 4 |
| 7 | 7 , 8 | ... | |
| | | | |
| | | | |
| | ... | 7 , 8 | 7 |
| 4 | 4 , 5 | 5 , 6 | 6 |
| 3 | 2 , 3 | 1 , 2 | 1 |

**Megoldás:** ***a)*** A táncmezőnek nincs középső sora, ezért a táncosok nem tudnak találkozni egymással, ha azonos ütemben haladnak. Találkozni csak akkor tudnának, ha azonos sorokban lennének (vagy a nem kellően széles táncmező miatt középen előreugrás közben ütköznek), de ha a hozzánk közelebbi táncos páratlan sorszámú sorban van, akkor a másik táncos páros sorszámú sorban, és fordítva. Így sohasem következik be ütközés, ha ez a feltétel tartható, vagyis a tánctér szélessége legalább 4 mező legyen, a sorok száma pedig páros legyen.

***b)*** Ha egy másodperc eltéréssel indulna a következő táncos, akkor az előtte haladóval ütközne rögtön. Ha két másodperces közt tart, akkor az előtte haladóval pont nem ütközik, viszont a szembejövővel igen. Az ábra mutatja a pozíciójukat a 12. másodpercben (A1 és A2 indultak az egyik oldalról, B1 a másik oldalról) (lásd 1. ábra).
A 13. másodpercben B1 oda szeretne ugrani, ahol előtte A2 volt, de A2 bal lába még ott lesz az egyik mezőn. Ha 3 másodperces közt hagyunk, akkor pont egyszerre szeretnének ugyanoda ugrani (lásd 2. ábra).
Ha viszont, 4 másodperces a köz, akkor a 2 másodperceshez képest fordított lesz a helyzet, A2 ugrana rá B1 jobb lábára. 5 másodperces közzel viszont ők is pont elkerülik egymást. Viszont ha A2 után A3 is 5 másodperces időközzel indul, akkor a 16. másodpercben így állnak B1-gyel (lásd 3. ábra) Ebből a pozícióból A3 előreugrana, B1 pedig saját magának jobbra, de ekkor a bal lába összeütközne A3 bal lábával. Tehát még 1 másodperccel szükséges megnövelni a követési időközt. Ez viszont nyilván megfelelő lesz, hiszen ekkor A2 pontosan két sorral hátrébb leköveti A1 mozgását, vagyis a páros és páratlan sorok miatt nem tud összeütközni senkivel, aki ugyanilyen ütemben jön szembe A1-et követve. A legkisebb megfelelő követési időköz tehát 6 másodperc.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| B1 | B1 | | |
| A2 | A2 | A1 | A1 |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

1. ábra

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| B1 | B1 | | |
| | | A1 | A1 |
| A2 | A2 | | |
| | | | |
| | | | |

2. ábra

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | B1 | B1 |
| | | A3 | A3 |
| | | | |

3. ábra

**B. 1533.** Kati mama két tortát sütött az unokái születésnapjára. Mindkét torta alapja egy 30×20 cm-es téglalap, mindkét tortát a tetején és a négy oldalán csokimázzal kente be. Az egyik torta belsejébe diós krém, a másik tortáéba kakaós krém került a piskótalapok közé.

***a)*** A diós krémes tortát úgy vágta fel (a torta széleivel párhuzamos, a torta teljes hosszában haladó vágásokkal), hogy a darabok alapja 5×5 cm-es négyzet lett. Hány olyan darab keletkezett, amelynek 3, 2 illetve 1 oldala csokimázas?

***b)*** A kakaós krémes tortát úgy vágta fel (a torta széleivel párhuzamos, a torta teljes hosszában haladó vágásokkal), hogy a darabok alapja egybevágó téglalap lett, és összesen 12 db 2 oldalán csokimázas, továbbá 9 db 1 oldalán csokimázas darab jött létre. Hányszor hány centiméteres alapja van a daraboknak?

**Megoldás:** ***a)*** A 30 cm-es oldal mentén 6 db, a 20 cm-es oldal mentén 4 db keletkezett a vágások nyomán. Ezek közül a 4 sarokban levőnek van 3 csokimázas oldala, a sarkok közti $4+4+2+2=12$ darabnak van 2 csokimázas oldala, és a középen levő $4\times2=8$ darabnak pedig 1 csokimázas oldala.

***b)*** Az 1 oldalukon csokimázas darabok „téglalap" elrendezésben találhatók a felvágott tortában. A 9 csak 1×9 vagy 3×3 alakban írható fel két egész szám szorzataként. Ha a középső rész 1×9 elrendezésű lenne, akkor a 2 oldalán csokimázas darabok száma a középső rész széleihez csatlakozva $9+1+9+1=20$ lenne, de ez sok. Ha a középső rész 3×3-as elrendezésű, akkor $3+3+3+3=$ $=12$ darab 2 oldalán csokis darabot találunk, és ez pont megfelelő. Tehát a torta 5×5 darabra lett felvágva, vagyis egy darab mérete 4×6 cm.

**B. 1534.** Az alábbi feladatokban a megadott számjegyekből pontosan annyi darabot kell felhasználni, amennyit a feladat kér. A számjegyek egymás mellé írásával többjegyű számok is kialakíthatók.

***a)*** Nyolc darab 8-as és alapműveletek felhasználásával írjunk fel egy olyan műveletsort, melynek az eredménye 1000!

***b)*** Kilenc darab 8-as és alapműveletek felhasználásával írjunk fel egy olyan műveletsort, melynek az eredménye 1000!

***c)*** Nyolc darab 7-es és alapműveletek felhasználásával írjunk fel egy olyan műveletsort, melynek az eredménye 1001!

**Megoldás:**

***a)*** $888+88+8+8+8=1000$

***b)*** $888+8\cdot8+8\cdot8-8-8=1000$

***c)*** $77\cdot7+77\cdot7-77=1001$

**B. 1535.** Egy villamos két végállomásán (a Matrica téren és a Ragacs utcánál) a villamosokat egy időben, reggel 5 órától este 11 óráig 5 percenként indítják. A villamos menetideje a két végállomás között 32 perc.

***a)*** Sanyi bácsi vezeti a Matrica térről reggel 5 órakor induló villamost. Hány szembejövő villamossal találkozik Sanyi bácsi a Ragacs utcáig?

***b)*** Joli néni vezeti a Ragacs utcától délelőtt 10 órakor induló villamost. Hány szembejövő villamossal találkozik Joli néni a Matrica térig?

**Megoldás:** ***a)*** A Sanyi bácsi vezette villamos a szembejövő villamosok közül azzal találkozik először, amelyik 5 órakor indul a Ragacs utcától, és azzal találkozik utoljára útközben, amelyik 5 óra 30 perckor indul (hiszen 5 óra 32 perckor már odaér a Ragacs utcához). Ez éppen 7 villamost jelent, így 7 villamossal találkozik útközben.

***b)*** A Joli néni vezette villamos először azzal a villamossal találkozik a szembejövők közül, amelyik 10 óra 2 perckor ér a Ragacs utcához (ez a villamos 9 óra 30 perckor indult a Matrica térről). Azzal a villamossal találkozik utoljára, amelyik 10 óra 30 perckor indul a Matrica térről, hiszen Joli néni járműve 10 óra 32 perckor ér be a Matrica térre. Ez összesen 13 villamos.

**B. 1536.** Egy 30 fős osztályban 24 gyerek sportol, 25-nek van testvére, 17-nek pedig háziállata. Legalább hány olyan gyerek van az osztályban, aki sportol és van testvére, de nincs háziállata?

**Megoldás:** Az osztályban legalább $24+25-30=19$ olyan gyerek van, aki sportol és van testvére is. (Az osztályban 6 fő nem sportol és 5 főnek nincs testvére, így (ha ez a 11 fő mind különböző, akkor) 19 olyan gyerek van, aki sportol és testvére is van. Ha van a 6 és az 5 fő között azonos, akkor 19-nél több olyan gyerek van, aki sportol és van testvére. )
E közül a legalább 19 gyerek közül legfeljebb 17-nek lehet háziállata, vagyis legalább kettőnek nincs. (Másképpen: mivel 13 gyereknek nincs háziállata, így legalább $19+13-30=2$ olyan gyerek van, aki sportol, van testvére, de nincs háziállata.) Ellenőrizhető, hogy lehetséges is, hogy pont kettő ilyen gyerek van.

**B. 1537.** Egy téglalapot két, az oldalaival párhuzamos vágással négy kis téglalapra osztottunk, melyek közül három területét ismerjük: 24 cm$^2$, 40 cm$^2$ és 42 cm$^2$. (Az ábra nem méretarányos.) Mekkorák lehetnek a kis téglalapok oldalai, ha azok hossza centiméterben mérve egész szám? Adj meg két lehetséges téglalaphármast az oldalaik hosszával, és mindkét esetben számold ki a negyedik téglalap területét!

| | |
|---|---|
| 24 cm$^2$ | 42 cm$^2$ |
| 40 cm$^2$ | ? |

**Megoldás:** Mivel az oldalak hossza cm-ben mérve egész szám, így a 24 és 40 cm$^2$ területű téglalapok közös oldalának hossza lehet 1, 2, 4 vagy 8 cm; a 24 és 42 cm$^2$ területű téglalapok közös oldalának hossza lehet 1, 2, 3 vagy 6 cm. A 24 cm$^2$ területű téglalap egyik oldalhossza a 40, a másik oldalhossza a 42 osztója. A lehetséges megoldásokat egy táblázatba gyűjtjük:

| | egyik lehetőség | | másik lehetőség | |
|---|---|---|---|---|
| | vízszintes oldal | függőleges oldal | vízszintes oldal | függőleges oldal |
| 24 cm$^2$ | 4 | 6 | 8 | 3 |
| 40 cm$^2$ | 4 | 10 | 8 | 5 |
| 42 cm$^2$ | 7 | 6 | 14 | 3 |
| a negyedik téglalap | 7 | 10 | 14 | 5 |

Mindkét esetben 70 cm$^2$ a negyedik téglalap területe.

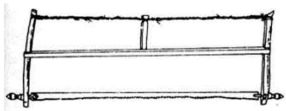
**C. 1678.** Az alábbi táblázat $a$, $b$, $c$ oszlopában látható számokból (tizedestörtek) minden sorban ugyanazzal a szabállyal kapjuk a $d$ oszlopban levő számot. Határozzuk meg a szabályt, és írjuk be a hiányzó számokat a táblázatba!

| *a* | *b* | *c* | *d* |
|---|---|---|---|
| 0,5 | 0,7 | 0,4 | 0,9 |
| 0,8 | 0,5 | 0,3 | 0,74 |
| 0,6 | 0,41 | 0,4 | 0,65 |
| 0,5 | 0,7 | 0,3 | |
| 1,1 | | 0,2 | 1 |
| | 3 | 0,2 | 3,18 |

**Megoldás:** A szabály: $d = a \cdot c + b$.
A hiányzó számok a táblázatból:

| *a* | *b* | *c* | *d* |
|---|---|---|---|
| 0,5 | 0,7 | 0,3 | 0,85 |
| 1,1 | 0,78 | 0,2 | 1 |
| 0,9 | 3 | 0,2 | 3,18 |

**C. 1679.** Józsi bácsi keretes kézifűrésszel fűrészel el egy hosszú fadeszkát, amelynek 10×6 cm-es téglalap a keresztmetszete. A fűrész fűrészlapja 40 cm hosszú, egyenletes fogazású. A fűrészelés során Józsi bácsi egyenletesen nyomja a fűrészt lefelé, így az, hogy mennyit halad az anyagban lefelé, attól függ, hogy hány fűrészfog halad át az anyag felületén. Bárhogy is áll a deszka, Józsi bácsi egy másodperc alatt az elejétől a végéig végigtolja a fűrészt az anyag felületén. A keretes fűrészek jellemzője, hogy a fűrészlap eleje indul az anyag távolabbi szélétől, és a fűrészlap vége megáll az anyag innenső szélénél (mert a deszka mindig a kereten belül marad). A fűrésszel oda-vissza (tolva és húzva is) fűrészelünk.



***a)*** Ha a 10 cm széles oldala van felfelé a deszkának, akkor Józsi bácsi 170 másodperc alatt vágja át a deszkát folyamatos fűrészeléssel. Mennyi idő alatt vágja át, ha a 6 cm széles oldala van felfelé?
***b)*** Hány másodperc alatt vág át Józsi bácsi egy olyan deszkát, amelynek keresztmetszete 20×6 cm, ha a 20 cm széles oldala van felfelé?

**Megoldás:** ***a)*** Ha a deszka 10 cm széles oldala van felfelé, akkor a fűrészlapból 30 cm hosszú rész vágja a fát. Ha a 6 cm széles oldala van felfelé, akkor 34 cm hosszú rész. Mivel Józsi bácsi egy másodperc alatt tolja végig a fűrészt mindkét esetben, ezért a vágás mélysége a második esetben $\frac{34}{30}$-szorosa az első vágás mélységének, viszont $\frac{10}{6}$-szor annyit kell lefelé menni, mint az első esetben. Tehát az idő $\frac{30}{34} \cdot \frac{10}{6} = \frac{25}{17}$-szeresére változik, így a korábbi 170 másodpercből 250 másodperc lesz.
***b)*** Ha a deszka 20 cm széles oldala van felfelé, akkor a fűrészlapból 20 cm hosszú rész vágja a fát. Mivel Józsi bácsi egy másodperc alatt tolja végig a fűrészt

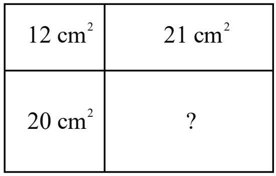
mindkét esetben, ezért a vágás mélysége a második esetben $\frac{20}{30}$-szorosa az első vágás mélységének. Mivel ugyanolyan vastag anyagot kell vágni, ezért az idő $\frac{30}{20}$-szorosára változik, így a korábbi 170 másodpercből 255 másodperc lesz.

**C. 1680.** Egy villamos két végállomásán (a Papi téren és a Pipa körútnál) a villamosokat egy időben indítják. Reggel 5 órától reggel 8 óráig 10 percenként, reggel 8 órától este 6 óráig 5 percenként, majd 6 órától este 11 óráig ismét 10 percenként indulnak a járatok. A villamos menetideje a két végállomás között reggel 8 óra előtti indulással 42 perc, utána este 6 óra előtti indulással 48 perc, majd az este 6 órától induló járművek esetén 44 perc.
***a)*** Kati néni vezeti a Papi térről reggel 5 órakor induló villamost. Hány szembejövő villamossal találkozik Kati néni a Pipa körútig?
***b)*** Karcsi bácsi vezeti a Pipa körúttól délelőtt 10 órakor induló villamost. Hány szembejövő villamossal találkozik Karcsi bácsi a Papi térig?
***c)*** Kocsis Bubi vezeti a Papi térről a 6 óra előtt 10 perccel induló villamost. Hány szembejövő villamossal találkozik a Pipa körútig?

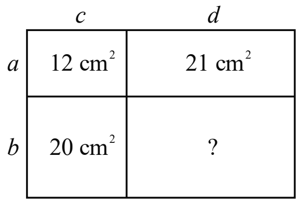
**Megoldás:** ***a)*** A Kati néni vezette villamos a szembejövő villamosok közül azzal találkozik először, amelyik 5 órakor indul a Pipa körúttól, és azzal találkozik utoljára útközben, amelyik 5 óra 40 perckor indul (hiszen 5 óra 42 perckor már odaér a Pipa körúthoz). Ez éppen 5 villamost jelent.
***b)*** A Karcsi bácsi vezette villamos először azzal a villamossal találkozik a szembejövők közül, amelyik 10 óra 3 perckor ér a Pipa körúthoz (ez a villamos 9 óra 15 perckor indult a Papi térről). Azzal a villamossal találkozik utoljára, amelyik 10 óra 45 perckor indul a Papi térről, hiszen Karcsi bácsi járműve 10 óra 48 perckor ér be a Papi térre. Ez összesen 19 villamos. (90 perces időtartam, 18 db 5 perces időköz, plusz a 9:15-kor induló villamos.)
***c)*** A Kocsis Bubi vezette villamos először azzal a villamossal találkozik a szembejövők közül, amelyik 6 óra előtt 7 perccel ér a Papi térre (ez a villamos 5 óra 5 perckor indult a Pipa körúttól). Azzal a villamossal találkozik utoljára, amelyik 6 óra 30 perckor indul a Pipa körúttól, hiszen Kocsis bubi járműve 6 óra 38 perckor ér oda a Pipa körúthoz. Ez összesen $12+3=15$ villamos.

**C. 1681.** Egy 30 fős osztályban 24 gyerek sportol, 25-nek van testvére, 17-nek pedig háziállata. Hány olyan gyerek lehet az osztályban, aki sportol és van testvére, de nincs háziállata?

**Megoldás:** Az osztályban legalább $24+25-30=19$ olyan gyerek van, aki sportol és van testvére is. (Az osztályban 6 fő nem sportol és 5 főnek nincs testvére, így (ha ez a 11 fő mind különböző, akkor) 19 olyan gyerek van, aki sportol és testvére is van. Ha van a 6 és az 5 fő között azonos, akkor 19-nél több olyan gyerek van, aki sportol és van testvére.) E közül a legalább 19 gyerek közül legfeljebb 17-nek lehet háziállata, vagyis legalább kettőnek nincs. (Másképpen: mivel 13 gyereknek nincs háziállata, így legalább $19+13-30=2$ olyan gyerek van, aki sportol, van testvére, de nincs háziállata.) Azon gyerekek száma, akik sportolnak és van testvérük is, legfeljebb 24 (ez akkor teljesül, ha minden sportoló gyereknek van testvére is), és közülük legfeljebb 13-nak nincs háziállata (hiszen összesen 13 gyereknek nincs). Vagyis legalább 2 megfelelő tulajdonságú gyerek van, és legfeljebb 13 lehet. Ellenőrizhető, hogy ezen esetek mindegyike meg is valósulhat.




**C. 1682.** Egy téglalapot két, az oldalaival párhuzamos vágással négy kis téglalapra osztottunk, melyek közül három területét ismerjük: 12 cm$^2$, 20 cm$^2$, 21 cm$^2$. (Az ábra nem méretarányos.) Mekkora a negyedik téglalap területe?




**Megoldás:** A téglalapok megfelelő oldalainak hossza legyen: $a$, $b$, $c$ és $d$ (lásd ábra). A 12 cm$^2$ és 20 cm$^2$ területű téglalapok közös oldala $c$, így a területük aránya a másik két oldal hosszának aránya, azaz $\frac{b}{a}=\frac{20}{12}$. A negyedik téglalapnak és a 21 cm$^2$ területű téglalapnak is van közös oldala $d$, így a területük aránya hasonlóképpen a másik két oldal aránya, azaz $t=21\cdot\frac{b}{a}=21\cdot\frac{20}{12}=35$ cm$^2$.

**C. 1683.** Egy vonat állandó sebességgel halad át egy 300 m hosszú alagúton. 20 másodpercig tart, amíg az alagúton átér, onnantól, hogy az eleje eléri az alagút elejét, addig, amíg a vége el nem hagyja azt. Egy lámpa az alagútban pont 5 másodpercen át van a vonat felett. Milyen hosszú a vonat?

**Megoldás:** 20 másodperc alatt az alagút hosszát plusz egy saját hossznyit tesz meg a vonat. 5 másodperc alatt pedig pont egy vonathossznyit (amíg elhalad a lámpa alatt). Ezek alapján 300 m = 3 vonatnyi hossz, azaz a vonat 100 m hosszú.

**C. 1684.** Két 2 cm, egy 6 cm és egy 8 cm oldalélű kocka összeragasztásával egy nagyobb testet szeretnénk építeni úgy, hogy

- egy-egy illesztésnél az egyik kocka teljes lapja érintkezzen a másik kocka valamely lapjával.
- a kész testből a kockák valamely lapjára illeszkedő síkokkal a lehető legnagyobb térfogatú olyan téglatest legyen kivágható, amely nem kocka.

Hogyan illesszük össze a kockákat, és mekkora az így kapható legnagyobb térfogatú (nem kocka) téglatest térfogata?

**Megoldás:** Az biztos, hogy a 6 cm élű kockát a 8 cm élű kocka egyik lapjához illesztjük. A 2 cm-es kockákkal viszont többféleképpen is befejezhetjük az építményt. Nézzük, hogy élhossz szerint a maximumra törekedve milyen téglatesteket kaphatunk. Haladjunk a különböző változatokból kapható téglatest legnagyobb élhossza szerint csökkenő sorrendben:
A legnagyobb élhossz, amit elérhetünk $8+6+2+2=18$ cm, viszont ekkor a téglatest másik két éle csak 2-2 cm lehet, így a térfogat 72 $cm^3$.
A következő legnagyobb élhossz $8+6+2=16$ cm, ekkor a másik két él 2 cm, illetve 4 cm lehet, a térfogat ekkor 128 $cm^3$.
14 cm élhosszúságú téglatestet is kaphatunk, ha a 2 cm-es kockákat levágjuk a testről, ezzel a másik két él lehet 6-6 cm, a térfogat pedig 504 $cm^3$.
12 cm élhosszúságú téglatestnél a másik két él 8 cm és 2 cm lehet, így a térfogat 192 $cm^3$.
10 cm élhossznál pedig 8 cm és 4 cm is lehet a másik két él, így a térfogat 320 $cm^3$.
A legnagyobb elérhető térfogat az 504 $cm^3$, és ehhez a 6 cm élű kockát a 8 cm élű kocka egyik lapjához illesztjük, a másik kettőt pedig bárhogyan tehetjük hozzájuk.

**C. 1685.** Egy rendezvényre sorszámozott jegyeket rendeltek egy nyomdától. Ezek előállítása úgy történik, hogy a jegyek a kinyomtatás után bekerülnek egy sorszámozó gépbe, amely minden jegyre egyedi sorszámot nyom, mindig 1-gyel növelve az aktuálisan nyomandó sorszámot. A nyomda elkészítette a megrendelt darabszámnak megfelelően a sorszámozatlan jegyeket, azonban a sorszámozó gép a meghibásodása miatt minden 3-mal osztható sorszámot kétszer adott ki egymás után. A megrendelt jegyekre a sorszámokhoz így összesen 3672 számjegyet használtak el (a sorszámozás 1-gyel kezdődött). A gép megjavítása után hány jegyet kell újra sorszámozni a most már hibátlanul sorszámozó géppel?

**Megoldás:** Tekintettel a nagy számjegyszámra feltételezhetjük, hogy a kiadott legnagyobb sorszám legalább háromjegyű volt. Ebben az esetben az egyjegyű sorszámokra $9+3=12$, a kétjegyű sorszámokra $90\cdot 2+30\cdot 2=240$ számjegyet használtunk el. Maradt tehát $3672-252=3420$ számjegy. Ha ezeket mind háromjegyű sorszámokra használták el, akkor összesen 1140 db háromjegyű sorszámot nyomtattak ki. Mivel minden harmadik duplán szerepelt, ez (nagyjából, de mivel 4-gyel osztható, így pontosan) $\frac{4}{3}$-szorosa a háromjegyű sorszámmal helyesen kiadott jegyek számának. Tehát 855 helyes háromjegyű sorszám került kiadásra, valamint 285 duplán kiadott szám jelent meg. Tehát a helytelenül kiadott sorszámok száma $3+30+285=318$, vagyis ennyi jegyet kell újranyomtatni a hibás sorszám miatt.

# NÉGYOSZTÁLYOS FELVÉTELI

*Számadó László (Óbudai Árpád Gimnázium, Budapest)*

A négyosztályos felvételi minél sikeresebb megoldásához szeretnénk segítséget nyújtani a nyolcadik osztályos tanulóknak azzal, hogy az újságban a központi felvételikhez hasonló gyakorló feladatsorokat jelentetünk meg. A felvételire úgy lehet eredményesen felkészülni, ha ezt a feladatsort a felvételihez hasonló körülmények között, önállóan oldod meg.

A javítókulcs az újság következő számában jelenik meg.

* * * * *

## Gyakorló feladatsor II.

**A megoldásra fordítható idő 45 perc.**
**A megoldás során számológépet nem lehet használni.**

**1.** Határozd meg az $A$, $B$, $C$ és $D$ értékét!

***a)*** $A =$ a legkisebb kétjegyű páros szám és a legkisebb kétjegyű prímszám szorzata

***b)*** $B = (-2{,}3) - (-0{,}3) + (+12{,}3) : (+0{,}3)$

***c)*** $C = 5 - \frac{3}{7} \cdot \frac{14}{3}$

***d)*** $D = -(A - B \cdot C)$

**2.** Egészítsd ki az alábbi egyenlőségeket!

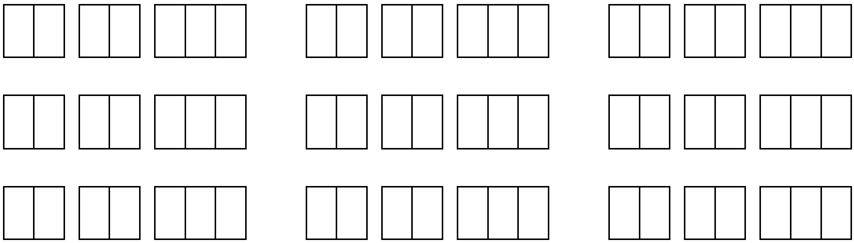
***a)*** $18\ \text{kg} + 22\ \text{g} =$ …… dkg.

***b)*** $13\ \text{hl} - 1120\ \text{l} =$ …… dl.

***c)*** $\frac{1}{10}\ \text{h} + \frac{1}{12}\ \text{nap} =$ …… perc.

***d)*** $2{,}3\ \text{km} - 14\,000\ \text{dm} =$ …… m $=$ …… mm.


**3.** Hazánkban az új rendszámtáblák a latin ábécé szerinti két magánhangzóból vagy két mássalhangzóból – kivéve a cs, gy, ly, ny, sz, ty, zs betűkombinációkat –, majd újabb két betűből és három számjegyből állnak. A számjegyek helyén 001-től 999-ig terjedő érték szerepelhet. Készítsd el az összes olyan rendszámot, amely az ALMA szó négy betűjéből, és azokból a 123-mal osztható számokból áll, amelyben a számjegyek csökkenő sorrendben szerepelnek!



Lehet, hogy több ábrát adtunk meg, mint amennyi megoldás van.
Vigyázz! Ha a megoldások közé hibás elrendezést is beírsz, akkor pontot vonunk le.

**4.** Egy felmérésben a dinnye, barack és a szilva népszerűségét vizsgálták. A megkérdezettek 20%-a nem válaszolt, hogy melyiket szereti a három közül a legjobban. A válaszolók 60%-ának a dinnye, 25%-ának a barack a kedvence, a többinek a szilva.

***a)*** Készíts a válaszolók válaszainak arányáról kördiagrammot!

***b)*** A válaszolók hány százalékának kedvence a szilva?

***c)*** A megkérdezettek hány százaléka válaszolta a barackot?

***d)*** Hány embert szólítottak meg a felmérés során, ha 480-an választották a dinynyét?
Válaszodat röviden indokold!

**5.** A következő állításokról döntsd el, hogy igaz vagy hamis!

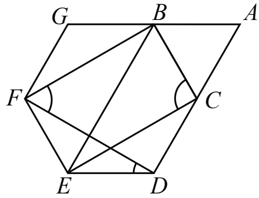
***a)*** Ha egy téglalap oldalainak hossza centiméterben mérve nem egész szám, akkor a kerülete sem lehet egész szám centiméterben kifejezve.

***b)*** Ha 9 darab különböző, háromjegyű, 3-mal osztható számot összeadunk, akkor négyjegyű számot kapunk.

***c)*** Ha egy négyszög két-két oldala egyenlő hosszúságú, akkor az paralelogramma.

***d)*** Ha egy 1200 Ft-os termék árát 20%-kal csökkentik, az ára még akkor sem lesz 1000 Ft-nál olcsóbb.

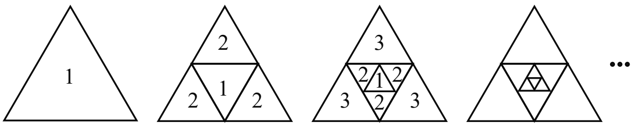
**6.** Az ábrán látható *ABC* szabályos háromszög és *BCDEFG* szabályos hatszög minden oldala 3,8 cm hosszú. (Az ábra csak vázlat, a szakaszok hossza és a szögek nagysága nem feltétlenül egyezik a szövegben megadottakkal.)




***a)*** Milyen hosszú a *BE* szakasz?
***b)*** Hány fokos az *EDF*∢?
***c)*** Hány fokos a *BCE*∢?
***d)*** Hány fokos a *BFD*∢?

**7.** Gondoltunk egy számra. Ha elveszünk belőle 5-öt és az így kapott különbséget elosztjuk 7-tel, majd a hányadoshoz hozzáadunk 19-et, ezután ezt az összeget elosztjuk 4-gyel és ehhez a hányadoshoz adunk 3-at, akkor 8-at kapunk. Melyik ez a szám? Válaszodat röviden indokold!

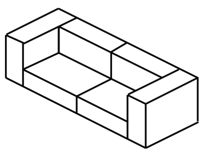
**8.** Az ábrasorozat háromszögeibe számokat írtunk. Minden ábra középső háromszögébe 1-es szám került. A további háromszögekbe úgy írtuk be a számokat, hogy az 1-essel szomszédos háromszögekbe 2-es, a 2-essel szomszédos háromszögekbe 3-as számot írtunk (lásd ábra). A további ábrákat ennek megfelelően töltöttük ki úgy, hogy minden ábrában a legnagyobb szám az ábra sorszámával egyenlő.




***a)*** Mennyi lesz a számok összege a negyedik ábrában?
***b)*** Hányadik ábrában lesz 61 a számok összege?
***c)*** Miért nincs olyan ábra, amelyikben 1230 lenne a számok összege?
***d)*** Az *n*. ábrában lévő számok összegét a $\frac{3 \cdot n^2 + 3 \cdot n - 4}{2}$ képlettel lehet meghatározni. Mennyi a számok összege a 20. ábrában?

**9.** Az ízeltlábúakhoz tartozó rovaroknak 6, a pókoknak 8 lába van. Hány ízeltlábúnak lehet pontosan 74 lába, ha csak pókokról és rovarokról van szó? Add meg az összes lehetőséget! Válaszodat röviden indokold!

**10.** Panka gyufásdobozokból készít bababútorokat. A gyufásdobozok olyan téglatestek, amelyeknek 5 cm, 3,5 cm és 1,5 cm hosszúságúak az élei. Mekkora a képen látható kanapé felszíne? Számításodat röviden indokold!



# NÉGYOSZTÁLYOS FELVÉTELI

## Gyakorló feladatsor I. javítókulcsa

*Gedeon Veronika (Óbudai Árpád Gimnázium, Budapest)*

A javítókulcsban feltüntetett válaszokra a megadott pontszámok adhatók. A pontszámok részekre bontása csak ott lehetséges, ahol erre külön utalás van.

**1.** ***a)*** $T=1{,}4+\frac{3}{5}=1{,}4+0{,}6=2$ — 1 pont

***b)*** $I=-\left(\frac{3}{25}:4\right)=-\frac{3}{100}\ (=-0{,}03)$ — 1 pont

***c)*** $P=\left(\frac{3}{6}+\frac{2}{6}+\frac{1}{6}\right):10=1:10=0{,}1$ — 1 pont

*A végeredmények közléséért is jár az 1-1 pont.*

***d)*** $X=(2-(-0{,}03)+0{,}1)\cdot 0{,}1=$ — 1 pont

$2{,}13\cdot 0{,}1=0{,}213$ — 1 pont

*A felvételiző a d) item első pontját az általa kiszámolt T, I és P értékeinek helyes behelyettesítésért, a második pontját a helyes számolásért kapja. Ha a felvételiző rosszul helyettesített be, de a műveleteket helyesen végezte el, akkor 1 pontot kapjon.*

**2.** ***a)*** 6000 — 1 pont

***b)*** dm — 1 pont

***c)*** 3 — 1 pont

***d)*** hl — 1 pont

**3.** A 7 különböző helyes elrendezés (az első a példa volt). — 5 pont

| | | |
|---|---|---|
| X | X | O |
| O | X | X |
| X | O | O |

| | | |
|---|---|---|
| X | O | X |
| X | X | O |
| O | X | O |

| | | |
|---|---|---|
| X | O | O |
| O | X | X |
| X | X | O |

| | | |
|---|---|---|
| X | O | X |
| O | X | X |
| O | X | O |

| | | |
|---|---|---|
| O | O | X |
| X | X | O |
| O | X | X |

| | | |
|---|---|---|
| O | X | O |
| O | X | X |
| X | O | X |

| | | |
|---|---|---|
| O | X | X |
| X | X | O |
| O | O | X |

| | | |
|---|---|---|
| O | X | O |
| X | X | O |
| X | O | X |

*Ha a felvételiző 5 vagy 6 jó elrendezést és 0 rossz elrendezést rajzolt le, 4 pontot kapjon.*

*Ha a felvételiző 3 vagy 4 jó elrendezést és 0 rossz elrendezést, vagy 5 vagy 6 jó elrendezést és rossz elrendezést is lerajzolt, 3 pontot kapjon.*

*Ha a felvételiző 2 jó elrendezést és 0 rossz elrendezést vagy 3 vagy 4 jó elrendezést és rossz elrendezést is lerajzolt, 2 pontot kapjon.*
*Ha a felvételiző 1 jó elrendezést és 0 rossz elrendezést rajzolt le, 1 pontot kapjon.*
*Minden más esetben 0 pontot kapjon.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| **4.** | ***a)*** | 939 m | 1 pont |
| | ***b)*** | $939-650=289$ m | 1 pont |
| | ***c)*** | $14{,}2:5=$ | 1 pont |
| | | $=2{,}84\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ | 1 pont |
| | ***d)*** | $6{,}306:14{,}2\approx$ | 1 pont |
| | | $\approx 0{,}44$. Tehát kb. a túra 44 %-át tette meg. | 1 pont |
| **5.** | ***a)*** | 11. | 1 pont |
| | ***b)*** | vidám | 1 pont |
| | | narancssárga póló | 1 pont |
| | | fekete nadrág | 1 pont |
| | ***c)*** | 14 emberke | 1 pont |
| | ***d)*** | Lesz rajta gomb | 1 pont |
| **6.** | ***a)*** | Hamis. | 1 pont |
| | ***b)*** | Igaz. | 1 pont |
| | ***c)*** | Igaz. | 1 pont |
| | ***d)*** | Hamis. | 1 pont |
| **7.** | ***a)*** | *CJ* egyenes | 1 pont |
| | ***b)*** | 120° | 1 pont |
| | ***c)*** | 105° | 1 pont |
| | ***d)*** | *AB, AH, AE, AG, AI, GH, EG, EH, BD, FI, DE, HI, EF, FG* párok közül bármelyik 6 db | 2 pont |

*Ha a felvételiző csak 4 vagy 5 jó választ ad, kapjon 1 pontot. Rossz válasz esetén nincs pontlevonás.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| **8.** | ***a)*** | A 2000 forintos csomag / a 8 darabos csomag. | 1 pont |
| | ***b)*** | $(3\cdot 8+1\cdot 3+1\cdot 1=)$ 28 darabot. | 1 pont |
| | ***c)*** | **1. megoldás:** 6000 Ft-ból 30 db kártyát vásárolt 200 Ft-os átlagáron. | 1 pont |

A 2000 Ft-os csomagban 8 db kártya volt, 1 pont

ezért az új csomag 22 db kártyát tartalmazott. 1 pont

**2. megoldás:** A szöveg alapján felírható egyenlet

$\frac{2000+4000}{8+x}=200$ 1 pont

Ebből $x=22$, tehát az új csomag 22 darabos. 2 pont

**9.** **1. megoldás**: Az első négy nap alatt Luca

a könyv $\frac{4}{14}$-ed részét olvasta el. 1 pont

A második négy nap alatt

a maradék $\frac{10}{14}$-ed rész $\frac{4}{6}$-od részét olvasta el,

ez összesen $\frac{10}{14}\cdot\frac{4}{6}=\frac{10}{21}$-ed része a könyvnek. 1 pont

A maradék 50 oldal a könyv $1-\frac{4}{14}-\frac{10}{21}=\frac{5}{21}$-ed része. 1 pont

A könyv tehát $50:21\cdot 5=210$ oldalas. 1 pont

**2. megoldás:** A szöveg alapján felírható egyenlet:

$\frac{4}{14}x+\frac{4}{6}\cdot\frac{10}{14}x+50=x.$ 1 pont

Összevonás után: $\frac{16}{21}x+50=x.$ 1 pont

Átrendezés után: $50=\frac{5}{21}x.$ 1 pont

Ebből: $x=210$ (tehát a könyv 210 oldalas). 1 pont

**10.** ***a)*** $V=10\cdot V_{\text{jenga}}=10\cdot 1\cdot 3\cdot 9=270\ \text{cm}^3$ 1 pont

***b)*** **1. megoldás:** Az alsó és felső nézet: $2\cdot 9\cdot 9=162\ \text{cm}^2$. 1 pont

Az első és hátsó nézet: $4\cdot 1\cdot 9+8\cdot 1\cdot 3=60\ \text{cm}^2$. 1 pont

A jobb és bal oldali nézet: $4\cdot 3\cdot 9+12\cdot 1\cdot 3=144\ \text{cm}^2$. 1 pont

A belső felület: $4\cdot 3\cdot 9+6\cdot 7\cdot 3=234\ \text{cm}^2$. 1 pont

Összesen: $A=162+60+144+234=600\ \text{cm}^2$. 1 pont

**2. megoldás:** A 10 jenga felszíne $10\cdot 78=780\ \text{cm}^2$. 2 pont

$1\cdot 9$-es lapok mentén kell összeillesztenünk,

és 20 ilyen terület tűnik el, azaz $A=780-180=600\ \text{cm}^2$. 3 pont

# HATOSZTÁLYOS FELVÉTELI

*Egyed László (Baja)*

## Gyakorló feladatsor I.

**A megoldásra fordítható idő 45 perc.**

**A megoldás során számológépet nem lehet használni.**

*A közölt feladatsor elsődleges célja, hogy a felvételiben szereplő feladatokhoz hasonló jellegű feladatokkal gyakorlási lehetőséget biztosítson. Ha valaki nem tudja az összes feladatot megoldani 45 perc alatt, az nem baj, hiszen ebből a szempontból nem tudtuk tesztelni a feladatsor összetételét, inkább a feladatok sokszínűségét és tartalmi gazdagságát tartottuk szem előtt.*

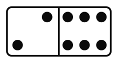
**1.** Végezd el a kijelölt műveleteket!

***a)*** $1962-(-38)+23=$

***b)*** $\frac{4}{3}-\frac{1}{3}\cdot 3=$

***c)*** $\frac{3}{2}-\frac{4}{3}+\frac{5}{4}=$

**2.** Péter dominókészletében a dominókövek egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken a pöttyök száma 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 vagy 9 lehet. A készletben minden lehetséges pöttyözésű dominóból pontosan egy darab van. Az ábrán a 2-6-os (6-2-es) dominó látható. Hány olyan dominó van a készletben, amelyen a két részen lévő pöttyök számának szorzata prímszám?



**3.** Pótold a hiányzó mérőszámokat!

***a)*** 1 hét + 3 nap = ............... óra

***b)*** $2\ \mathrm{m}^2 + 10\ \mathrm{dm}^2 =$ ……… $\mathrm{cm}^2$

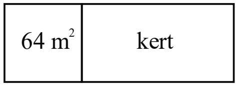
***c)*** 3700 g − 150 dkg = ………. kg

***d)*** 810 dm − 43 m = ……. cm

**4.** Laci, Peti és Tibi jó barátok. Életkoraik átlaga 50 év. Laci és Peti életkorának összege pont 100 év. Tibi 12 évvel idősebb Petinél. Hány évesek külön-külön?

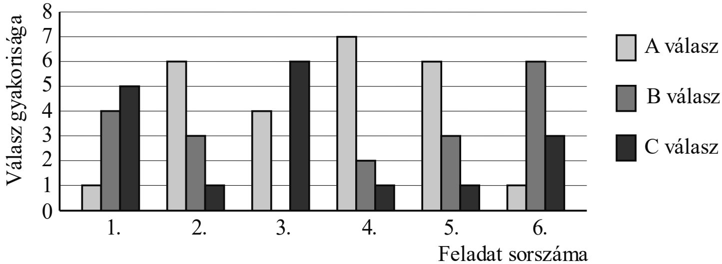
**5.** Elolvastam egy könyv $\frac{1}{4}$ részét és még 20 oldalt, hátra van még 8 oldal híján a könyv $\frac{2}{3}$ része. Hány oldalas a könyv?

**6.** Kertész gazda házat vett. A négyzet alapú ház alapterülete 64 m$^2$. A házhoz az alaprajz szerint egy téglalap alakú kert is csatlakozik, amelynek a területe 96 m$^2$.




***a)*** Mekkora a kert rövidebbik oldala?
***b)*** Mekkora a kert hosszabb oldala?
***c)*** Milyen hosszú kerítés szükséges a kert bekerítéséhez, ha a házzal szomszédos oldalát nem kell bekeríteni?

**7.** Egy hatkérdéses tesztben minden kérdésnél a megadott három lehetőség (A, B és C) közül kellett kiválasztani a helyes választ. A tesztet tíz diák írta meg. Az alábbi diagram az egyes feladatokra adott válaszok eloszlását mutatja.




A teszt értékelésekor minden helyes válaszra 1 pont, helytelen válaszra pedig 0 pont jár. Tudjuk, hogy a tíz diák összesen 35 pontot szerzett.
***a)*** Határozd meg az összes jó és az összes rossz válasz számát!
***b)*** Add meg a helyes válaszok betűjelét az egyes kérdésekre!

**8.** Hárman laknak egymás mellett: Antal, Sándor és Mihály.

- Mihály a kólát szereti, és nem lakik a fehér házban.
- A barna házban lakó a teát kedveli.
- A zöld ház melletti házban csak tejet isznak.
- Sándor és Mihály nem közvetlen szomszédok.

***a)*** Mit iszik Antal?
***b)*** Ki lakik a zöld házban?

**9.** *Tökéletes számoknak* nevezzük azokat a pozitív egész számokat, amelyek megegyeznek a náluk kisebb pozitív osztóik összegével. (Pl.: a 28 tökéletes szám, mert $28=1+2+4+7+14$) 2023-ig hány olyan négyjegyű évszám volt, amelynek az egyik számjegye tökéletes szám, a többi pedig annak osztója?

**10.** Hány olyan különböző téglatest van, amelynek van legalább öt ugyanolyan hosszúságú éle, mindegyik élének a hossza centiméterben mérve egész szám, és ha az élek hosszát centiméterben mérjük, akkor az egy csúcsba futó élek hosszainak mérőszámait összeszorozva 2023-at kapunk?

# P Á L Y Á Z A T

A MATEGYE Alapítvány kuratóriuma és a Zrínyi Ilona Matematikaverseny Szervezőbizottsága pályázatot hirdet a 2025. évi Zrínyi Ilona Matematikaversenyen szereplő feladatokra. A pályázat három kategóriában kerül kiírásra. Mindegyik kategóriában kilenc feladatból álló tesztes feladatsort kell beküldeni. A feladatok között – a zrínyis verseny feladataihoz hasonlóan – 3 könnyű, 3 közepes és 3 nehéz legyen.

Az I. kategóriában 2-4. osztályosok,
a II. kategóriában 5-8. osztályosok,
a III. kategóriában 9-12. osztályosok

*részére összeállított feladatokkal lehet pályázni.*

*A pályázat beküldésének határideje*: 2024. január 31.

*A pályázat elbírálása*: A pályázat elbírálását a MATEGYE Alapítvány kuratóriumának felkérése alapján szakmai bírálóbizottság végzi 2024. május 31-ig.

| | | |
|---|---|---|
| *A pályázat díjazása (kategóriánként)*: | I. díj | 60.000 Ft |
| | II. díj | 40.000 Ft |
| | III. díj | 30.000 Ft |

*Pályázati feltételek*: A pályázaton 18. életévüket betöltött személyek vehetnek részt. A pályázat jeligés, pályázni csak a MATEGYE Alapítványtól kapott pályázati űrlap kitöltésével lehet. Egy pályázó több kategóriában, illetve egy kategóriában több feladatsorral is pályázhat, de minden egyes pályázati kategóriában legfeljebb 3 feladatsorral. Egy feladat (feladatötlet) a pályázónak csak egy pályázatában szerepelhet. ***Pályázni csak máshol meg nem jelent feladatokkal, feladatsorokkal lehet.***

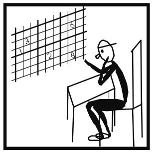
*A 2025. évi verseny feladatsoraiban szereplő feladatok után a MATEGYE Alapítvány szerzői jogdíjat fizet. (A szerzői jogdíjak kifizetése 2025. június 30-ig történik.)*

*A pályázatról részletes felvilágosítás és pályázati űrlap kérhető:*

MATEGYE ALAPÍTVÁNY
6001 Kecskemét, Pf. 585
**e-mail: mategye@mategye.t-online.hu**

# S U D O K U

*rovatvezetők: Csordásné Pásti Natália és Csordás Péter*



A szeptemberi újságban feladott sudoku feladvány nem bizonyult túl nehéznek, így a sudokuval most ismerkedők is megfejthették. Ezt igazolja a feladványra beérkezett nagyon sok jó megoldás is. Az 1. ábra a helyes megfejtést tartalmazza.

A 2. ábrán látható feladványt a szabályoknak megfelelően kell kitölteni, és beküldeni.

Az elkövetkező fordulókban mindig kicsit nehezebb feladványt adunk fel. Mivel ezek kitöltésében könnyen lehet hibázni, ezért javasoljuk, hogy az elkészült megoldást minden esetben ellenőrizzétek le! A feladvány letölthető az internetről is, a www.mategye.hu honlapról. A letöltés a nevezéshez használt sorszám és jelszó beírása után lehetséges. Az így letöltött, majd kinyomtatott feladványt kell kitöltés után elküldeni. A megoldást az újságban is elkészítheted, ebben az esetben másold át egy négyzethálós lapra, esetleg fénymásold ki az újságból, és küldd el címünkre! A beküldött megoldáson tüntesd fel a neved, az osztályod és a nevezéskor használt sorszámot! Csak az ezekkel az adatokkal ellátott megfejtések vesznek részt a versenyben.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | **8** | **4** | **9** | 1 | **3** | 6 | **5** | **7** |
| **6** | **9** | 7 | 5 | **2** | **4** | 3 | 1 | 8 |
| **1** | 3 | **5** | 7 | 6 | 8 | 9 | **4** | 2 |
| **8** | 1 | 3 | **2** | 5 | **6** | 7 | **9** | 4 |
| 7 | **5** | 6 | 8 | **4** | 9 | **2** | **3** | 1 |
| **9** | **4** | 2 | **3** | 7 | 1 | 8 | **6** | **5** |
| 3 | 7 | 9 | 4 | **8** | 5 | **1** | **2** | 6 |
| **5** | 2 | **1** | **6** | **3** | **7** | **4** | 8 | 9 |
| **4** | 6 | 8 | 1 | 9 | **2** | 5 | 7 | 3 |

**1. ábra**

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | | 9 | | | | 5 | 2 |
| 6 | | | | 2 | 4 | 3 | 9 | 8 |
| 2 | | | | 5 | | 6 | | |
| | | | 5 | | | | | 6 |
| 7 | 2 | | 3 | | 6 | | | |
| | | 6 | | | 1 | 4 | | 9 |
| | | 5 | | | | 2 | | |
| 8 | | 2 | 6 | 1 | 5 | 9 | | 3 |
| 9 | 6 | | | 3 | | 5 | 8 | 7 |

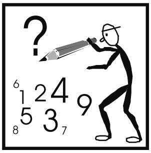
**2. ábra**

**Beküldési cím:**

**MATEGYE Alapítvány 6001 Kecskemét, Pf. 585**

**Beküldési határidő: 2023. november 14.**

*Jó szórakozást a feladványhoz!*



# S Z Á M R E J T V É N Y E K

*rovatvezető: Csordásné Pásti Natália*

A szeptemberben kitűzött feladat megfejtése az 1. ábrán látható. Reméljük, sokan sikerrel jártatok a kitöltése során.

A mostani feladványnál (lásd 2. ábra) egy hatszögrács néhány szomszédos hatszögét töltjük ki számokkal. A hatszögek háromszögekre vannak osztva, melyekbe az 1; 2; 3; 4; 5; 6 számokat írjuk be úgy, hogy mindegyik hatszögben mind a hat szám egyszer szerepeljen. Ha két hatszögnek van közös oldala, akkor a közös oldalhoz tartozó egy-egy háromszög ugyanazt a számot tartalmazza.

A feladvány ábrája letölthető az internetről is, a www.mategye.hu honlapról.

A beküldött megoldáson tüntesd fel a neved, az osztályod és a nevezéskor használt négyjegyű sorszámot! Csak az ezekkel az adatokkal ellátott megfejtések és az interneten a számrejtvénybe benevezett tanulók vesznek részt a versenyben. A megoldást másik rovat megoldásával együtt is beküldheted.

*Jó szórakozást a megoldáshoz! ☺*

***Kérlek Titeket, hogy ne küldjetek válaszborítékot, mert a helyes válaszokat mindig közöljük a következő számban.***

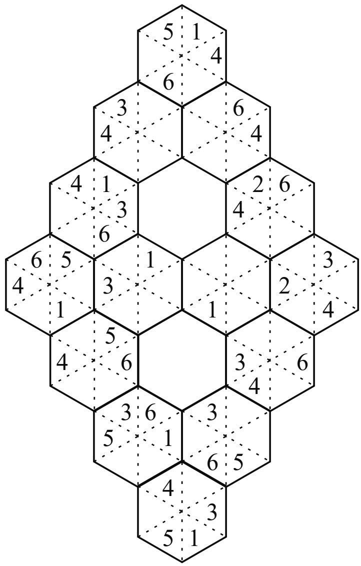
**A feladvány beküldési címe:**

**MATEGYE Alapítvány**
**6001 Kecskemét, Pf. 585**

**Beküldési határidő:**
**2023. november 14.**

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 3 | 6 | 8 | 9 | 7 | 9 | 3 | 2 | | |
| | 9 | | 9 | | 6 | | 1 | | 7 | 6 | 5 |
| | 9 | 4 | 6 | 7 | 6 | | 8 | | 1 | | 1 |
| | 9 | | 6 | | 3 | 8 | 2 | **2** | 5 | | 8 |
| 4 | 5 | 1 | 5 | 3 | | | | | 9 | 7 | 3 |
| | 2 | | 3 | | 1 | | 6 | 3 | 4 | | 5 |
| | 6 | 8 | 9 | 7 | 8 | 0 | | | **5** | 0 | 0 |
| | 9 | | 0 | | 6 | | 2 | | | 6 | |
| 0 | 9 | 1 | 4 | 6 | 4 | | 5 | | | 7 | |
| 7 | | 3 | | | 6 | 0 | 3 | 6 | 7 | 4 | |
| 4 | 4 | 1 | 2 | 7 | 8 | | 9 | | | 2 | |
| 7 | | 5 | | | 0 | 1 | 2 | 6 | | 1 | |

**1. ábra**



**2. ábra**

## L O G I - S A R O K

*rovatvezető: Tuzson Zoltán*

### A kitűzött feladványok

**L. 619.** Mit írjunk a kérdőjel helyére?

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 7 | 22 | | 6 | 12 | 36 | | 5 | 14 | ? |
| | 58 | | | | 96 | | | | ? | |

**L. 620.** Mit írjunk a kérdőjel helyére?

387924, ?, 3724, 423, 32

**L. 621.** Mit írjunk a kérdőjel helyére?

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 | 2 | 9 | 16 |
| 13 | 12 | 3 | ? |
| ? | 5 | 14 | 11 |
| 10 | 15 | 8 | 1 |

*Jó szórakozást és hasznos időtöltést kívánunk!*

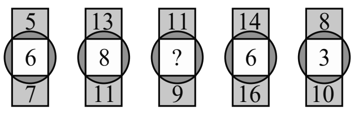
* * * * *

**F I G Y E L E M !**

***A Logi-sarok feladatai nem szerepelnek a pontversenyben, ezért kérjük, hogy ne küldjétek be a feladatok megoldásait! A megoldások nem kerülnek értékelésre.***

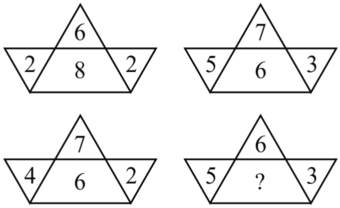
### A korábban kitűzött feladványok megfejtése

**L. 616.** Mit írjunk a kérdőjel helyére?



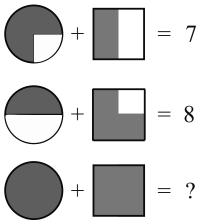

**Megfejtés:** Észrevehető, hogy $(5+7):6=2$, $(13+11):8=3$, $(14+16):6=5$, és végül $(8+10):3=6$. Ezért $?=5$, mert $(11+9):5=4$.

**L. 617.** Mit írjunk a kérdőjel helyére?



**Megfejtés:** Észrevehető, hogy rendre felírhatók a következő összefüggések $(6-2)\cdot 2=8$, $(7-5)\cdot 3=6$, $(7-4)\cdot 2=6$, ezért $?=(6-5)\cdot 3=3$.

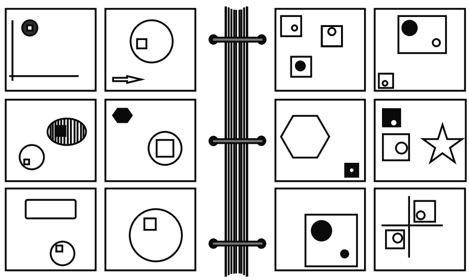
**L. 618.** Mit írjunk a kérdőjel helyére?




**Megfejtés:** Legyen $x$ a sötét kör, és $y$ a sötét négyzet értéke! Ekkor $\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}y=$ $=7$, $\frac{1}{2}x+\frac{3}{4}y=8$. Összeadva $\frac{5}{4}(x+y)=15$, ahonnan $x+y=12$.

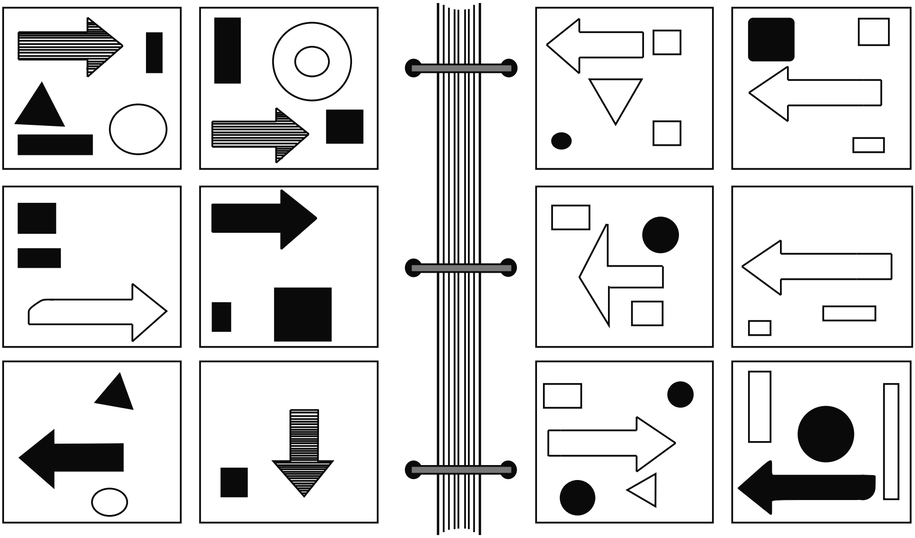
## Bongard problémák

**BP. 1.** Miben különböznek az első csoport ábrái a második csoport ábráitól?



**Megfejtés:** Figyeljük meg a bal, illetve a jobb oldalon elhelyezkedő alakzatokat! Ha a kör és a négyzet kölcsönös helyzetét figyeljük, akkor észrevehető, hogy a bal oldalon a négyzetek vannak a körön belül, a jobb oldalon pedig éppen ellenkezőleg, a körök a négyzeteken belül helyezkednek el. Az teljesen lényegtelen, hogy a négyzet vagy a kör milyen színű.

**BP. 2.** Miben különböznek az első csoport ábrái a második csoport ábráitól?



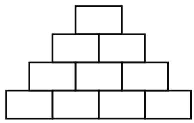
Kellemes és hasznos időtöltést és jó szórakozást kívánok minden Olvasónak!

* * * * *

## Feladatok matematikaszakkörre

**1.** Az ABACUS szó betűinek elkészítjük minden lehetséges sorrendjét, majd ezeket a 6 betűs „szavakat” ABC-sorrendbe szedve egymás után írjuk. Melyik szó lesz a 100. helyen?

**2.** Írd be a téglalapokba a 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 számokat úgy, hogy mindegyik sorban, az ott olvasható szám osztható legyen 3-mal! (Természetesen a sorokban olvasható számok egyike sem kezdődhet 0-val.)



*A feladványok megoldásai a 36. oldalon olvashatók.*

**3.** Egy osztályban 14 tanuló bélyeget, 16 pedig képeslapot gyűjt. 5 tanuló mindkettőt, de 4 tanuló egyiket sem gyűjti. Hány tanuló jár az osztályba?

*A feladvány megoldása a 44. oldalon olvasható.*

**4.** Egy tó felszínén alga szaporodik. Minden nap megduplázódik az általa lefedett terület. A 32. napon befedi az egész tavat. Hanyadik napon fedte be félig a tavat?

*A feladvány megoldása a 35. oldalon olvasható.*

*Róka Sándor – Feladatok matematikaszakkörre*

# M A T E M A T I K A I   P R O B L É M Á K

*rovatvezető: Csete Lajos*

## A kitűzött problémák

**MP. 408.** A három medve tudta, hogy szerencséje van, amikor egy elhagyatott 21 literes mézesbödönt találtak tele mézzel az erdőben. A medvék találtak még három üres edényt is, amelyek 11 liter, 8 liter, illetve 5 liter térfogatúak voltak. Az intelligens medvék hogyan osztották el egymás között a mézet úgy, hogy mindegyiküknek 7 liter méz jutott?

**MP. 409.** Hány olyan pozitív egész szám van, amely legfeljebb 1000, és nem osztható 2-vel vagy 5-tel? Mekkora ezen számok átlaga?

*Jó munkát kívánok!*

**Beküldési határidő:**
**2023. november 14.**

**A megoldásokat az alábbi címre várjuk:**
**Csete Lajos 9023 Győr, Corvin u. 29. III/3.**

**Kérjük, hogy a versenyzők és a dolgozatokat beküldő iskolák fokozottan ügyeljenek a határidő pontos betartására.**

* * * * *

## K Ö Z L E M É N Y

A MATEGYE Alapítvány részére a 2021-ben felajánlott személyi jövedelemadók 1%-ának (összesen 255 405 forint) felhasználásáról.

1%

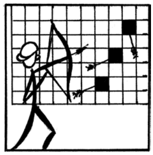
A teljes összeget az újság nyomdai költségére fordítottuk.

Köszönjük minden támogatónknak, hogy segítenek a fiatalok tehetséggondozásában! Reméljük, hogy az elkövetkező években is számíthatunk nagylelkű támogatásukra.

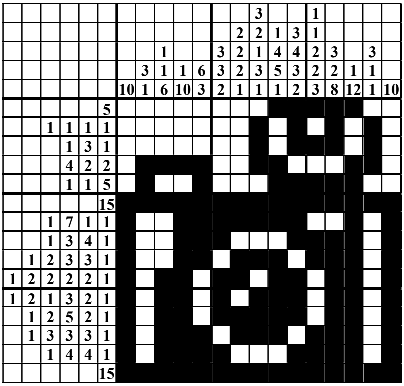
*Az Alapítvány Kuratóriuma*

# L O G I G R A F I K A

*rovatvezető: Pusztai Ágota*



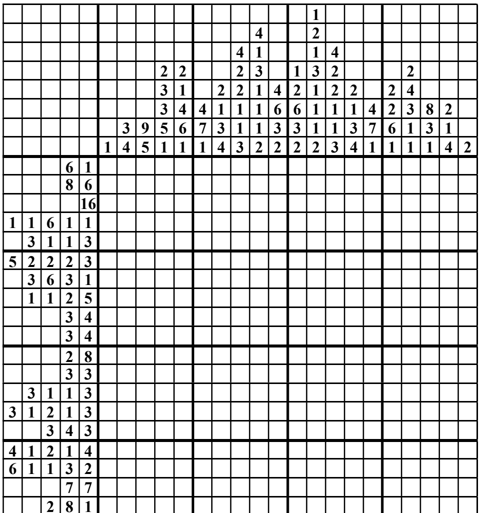
Először nézzük meg a szeptemberi rejtvény megoldását! Ha jól színeztél, akkor kész ábrádon egy régi fényképezőgép látható (1. ábra).



**1. ábra**

Remélem, a kezdő logigrafikások is sikerrel vették az első akadályt! A kezdők kedvéért még mindig egy könnyebb feladvánnyal folytatjuk (2. ábra). A megoldást a korábbiakban megadott módon várjuk a szerkesztőség címére.

A javításnál maximális pontszám csak a hibátlan ábráért jár! Ha valaki nem az eredeti megoldását, hanem egy tisztázott változatot küld be, akkor gondosan másoljon, hogy minden kis négyzet színezése megfelelő legyen! Ez azt is jelenti, hogy egyetlen négyzet sem maradhat üresen, tehát ha nem színezett a négyzet, akkor ezt is egyértelműen jelezni kell a másolaton is, ponttal vagy kereszttel! A kész ábra esetleges félreismerése vagy fel nem ismerése azonban nem jár pontlevonással.

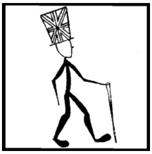


**2. ábra**

A logigrafika ábrája letölthető a www.mategye.hu honlapról. Ez a nevezéshez használt sorszámmal és jelszóval lehetséges. A megoldásra írd rá neved, osztályod és a nevezéskor használt négyjegyű sorszámodat. Az elkészített megoldást zárt borítékban (lehet a matematika pontverseny megoldásaival közös boríték is) küldd el az alábbi címre:

**ABACUS Logigrafika 1437 Budapest, Pf. 774**

**Beküldési határidő: 2023. november 14.**



# M A T H S

*rovatvezető: Pilter Adorján*

Last month we had some questions:
What if you had a 5-litre bottle and a 7-liter bottle, can you measure exactly 6 litres of water with the above conditions?
Following the idea that we used to measure 4 litres using a 3 and a 5-litre bottle:

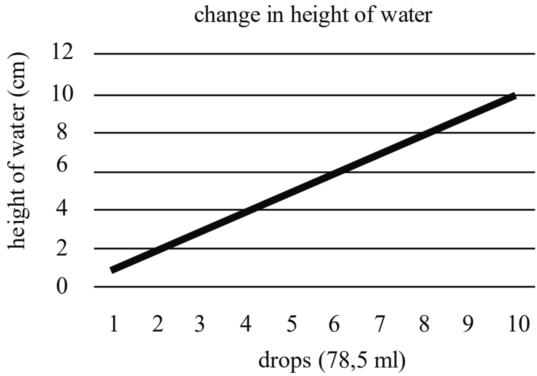
| Content of the 5-liter bottle | Content if the 7-liter bottle |
|---|---|
| 0 | 7 |
| 5 | 2 |
| 0 | 2 |
| 2 | 0 |
| 2 | 7 |
| 5 | 4 |
| 0 | 4 |
| 4 | 0 |
| 4 | 7 |
| 5 | 6 |

So, it takes 10 pourings into one of the bottles.
How about a 7-liter bottle and a 9-liter bottle, can you measure exactly 8-liters? What is the minimum number of times you need to pour from or into these bottles?
By the same reasoning you get 14 as the answer
What do you notice? The first measuring we could do in 6 attempts, then 10, then 14, so our educated guess can be that the number of measurements increase by 4 each time. Or that you need to multiply the volume of the smaller bottle by 2 to get the number of measurements. These can be the patterns.
You can continue asking further questions like: Can you measure 5 liters using a 3-litre and a 7-litre bottle. If yes, then what is the minimum number of measurements? But we leave this to you dear reader.,

Now, we are going to look at how the shape of the bottle influences the change of the water level as we increase the amount of water in the bottle. If you graph the height of the water level in the bottle in the y-axis against the volume of water in the bottle in the x-axis, then how does the shape of the bottle affect the shape of the graph?

For this activity, I'd like you to find bottles, cups or containers of different shapes. (We will call them "bottles". Try to get at least 3 of them. One which is vertical, at least one which is leaning in and at least one which is leaning out) (this is just an example)

Then measure their height (how many centimetres) and estimate their volume (for example by measuring how many millilitres of water they can hold.)
Then calculate the volume of one drip (you should be able to fill your bottle with 10 drips. So, if the volume for example is 300 ml, then one drip is 30 ml. Different bottles will have different drips.)
Finally, I would like you to drip into your bottles one by one and make a graph of the height of the water versus the volume in the bottle. Something like this:




Next month, I'll want you to match some bottles to some graphs.
You can take a picture of your bottles and of your graphs and your work can be sent to:

**abacus@mategye.t-online.hu**

**Please write: "MATHS" into the subject field.**

* * * * *

## „Feladatok matematikaszakkörre" – megoldás

**4.** Az előző, a 31. napon.

*A feladvány szövege a 31. oldalon olvasható.*
*Róka Sándor – Feladatok matematikaszakkörre*

# MATHEMATIK

*rovatvezető: Nagy Barbara*

## Magische Quadrate

Ein magisches Quadrat oder Zauberquadrat ist eine solche „Tabelle“, die genauso viele Spalten wie Zeilen hat, und in der die Summe der Zahlen in allen Spalten, in allen Zeilen und auch in den beiden Diagonalen gleich groß ist. Diese Summe wird oft auch Zaubersumme genannt. Die Zahlen des magischen Quadrates müssen natürliche Zahlen sein. In vielen Fällen verlangt die Aufgabe auch, dass eine Zahl nur einmal vorkommen darf, oder dass man nur aufeinanderfolgende Zahlen verwenden darf.

Versucht es, diese 3×3 magisches Quadrat zu lösen!

Zaubersumme: 27

| | | |
|---|---|---|
| **8** | | **14** |
| **15** | | |
| | | **10** |

*Die Lösung des magischen Quadrates findet ihr auf Seite 39.*

* * * * *

## „Feladatok matematikaszakkörre” – megoldások

**1.** Az ABC-sorrendbe szedett szavak közül az első 24 *AA* betűkkel kezdődik (ugyanis az *AA* betűk utáni *B*, *C*, *U*, *S* betűknek 24 különböző sorrendje van). Ezt követően 24-24 szó kezdődik *AB*, *AC*, *AS* betűkkel. Ez eddig 96 szó. A következő 4 szó: *AU ABCS*, *AU ABSC*, *AU ACBS*, *AU ACSB*.
A 100. helyen álló szó: *AU ACSB*.

**2.** Két megoldást mutatunk be.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 | | | |
| 8 | 1 | | |
| 3 | 2 | 4 | |
| 7 | 0 | 5 | 6 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 | | | |
| 8 | 1 | | |
| 5 | 7 | 6 | |
| 2 | 3 | 0 | 4 |

*A feladványok szövegei a 31. oldalon olvashatók.*
*Róka Sándor – Feladatok matematikaszakkörre*

# S A K K - S A R O K

*rovatvezető: Karácsonyi Kata*

## Érdekességek

Érdekességként most néhány, a FIDE által nyilvántartott sakkrekordot hoztam Nektek:

**A legrövidebb játszma:**
A legrövidebb játszma rekordjába nem számítják bele azokat a játszmákat, ahol a mérkőzés megtett lépés nélkül ért véget. Tényleges és nem amatőr résztvevőkkel zajló versenyjátszmában a legrövidebb meccs 3 lépésig tartott. Az 1984-ben Bela Crkva-ban játszott Djordjevic−Kovacevic-játszma az alábbi lépésekből állt: 1. d4 Hf6 2. Fg5 c6 3.e3 Va5+ és világos látva, hogy elveszti a g5-ön álló futót, feladta a játszmát.

**A leghosszabb játszma:**
– A legtöbb lépéspárból álló játszmát 1989-ben játszotta Ivan Nikolic és Goran Arsovic. A játszma a 269. lépésben döntetlennel végződött.
– A leghosszabb ideig tartó játszma Yedael Stepak és Yaakov Mashian között 24 és fél órán keresztül tartott.

**A legkésőbbi első ütés:**
Az 1969-es junior sakkvilágbajnokság B-döntőjében az első ütés a 94. lépésben történt meg.

**Ütés nélkül befejeződött leghosszabb játszma:**
Ez a meccs Meijfroidt és Lenoir között zajlott 2000-ben, amelyben a 72. lépésig egyetlen ütés sem történt.

**A legtöbb egymás utáni sakkadás:**
Egy cseh U16 korosztályos lánybajnokságon került sor erre, amelyben a 32. lépéstől kezdődően sötét 74 lépésen át adott sakkot.

**A legtöbb egymást követő ütés ugyanazon a mezőn:**
A rekord 12 ütés volt, amelyre 1995-ben Ausztriában került sor a Weiss−Burschowsky-játszmában. Sötét 36…g4 lépését követően a g4-mezőn sorozatos cserékre került sor egészen a 42…Bxg4 lépésig.

**Legkésőbbi sáncolás:**
Az 1994-ben Detroitban játszott Neshewat−Garrison-játszmában sötét csak a 48. lépésben sáncolt el.

**A legtöbb lépés azonos figurával:**
Az 1989-es, 255 lépéses Nikolic−Arsovic-játszmában az eredetileg a8-on álló bástya egyedül 156 lépést tett.

**A legtöbb vezér a táblán:**
Egy rekord magyar vonatkozással, ugyanis a 2009-ben Budapesten játszott Szalánczy−Nguyen-játszmában az 58. lépést követően egyszerre hat (három világos és három sötét) vezér állt a táblán.

## A szeptemberi feladványok megfejtései

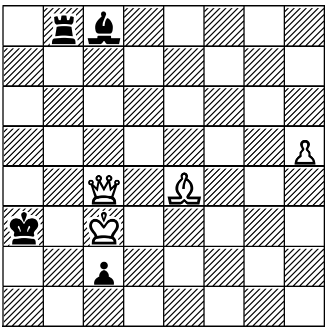
**Az első feladvány:** 1…Ff2 2.Fxf2 Ve4+ 3.Vf3 Vxf3#
2.Bxf2 Vg1#

**A második feladvány:** 1…Fc3 2.Bd1 Bxf1+ 3.Bxf1 e3 és a szabadgyalog megállíthatatlan.

**A harmadik feladvány:** 1.Hf5 exf5 2.Vxc8+ Hxc8 3.Be8#
1…Hxf5 2.Vxc8 Vd8 3.Vxd8#

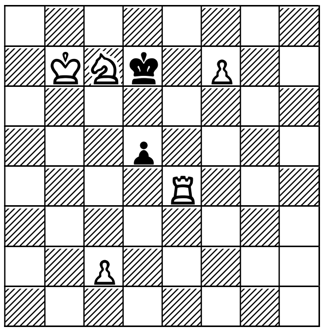
**A negyedik feladvány:** 1.He7+ Hxe7 2.Vg3+ Vxg3 Fxf7#
1…Bxe7 Bxf2 +-

## Feladványok



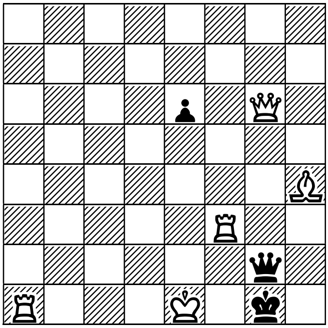
*

*1. feladvány*: Kezdésnek egy egyszerűbb példa, világos indul és egy szép motívum segítségével 2 lépésben mattot ad!



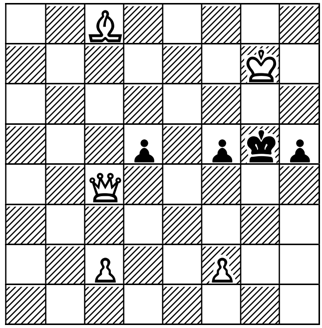
***

*2. feladvány*: Természetesen az f7 gyalognak kulcsszerepe lesz ebben a feladványban. A kérdés, hogy mikor és mivé változik majd át… Fehér lép és matt 2-ben!



****

*3. feladvány:* Ennél a tanulmánynál fontos tudni azt, hogy eddig még se az a1 bástya, se az e1 király nem mozdult a helyéről (vagyis lehet sáncolni). Világos lép és mattot ad 2 lépésben!



***

*4. feladvány:* A sok lehetőség miatt nem annyira egyszerű feladvány, érdemes mattképeket keresni sötét f4 vagy h4 lépése után. Fehér indul és matt 2 lépésben!

**A megoldások beküldési határideje:**
**2023. november 14.**

**Beküldési cím:**
**ABACUS Sakk**
**1437 Budapest, Pf. 774**

Kérjük, a borítékra írjátok rá „Sakk-sarok“!

* * * * *

Lösung des magischen Quadrates:

Zaubersumme: 27

| | | |
|---|---|---|
| **8** | 5 | **14** |
| **15** | 9 | **3** |
| 4 | 13 | **10** |

*Die ursprüngliche Aufgabe könnt ihr auf Seite 36 lesen.*

# FIZIKAROVAT

*rovatvezető: Szatmáry Zsolt*

## A kitűzött feladatok

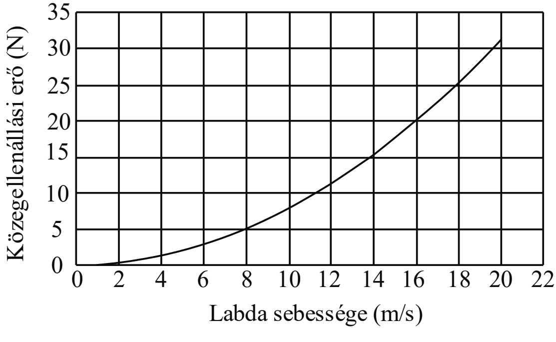
**841.** *(Mérési/kifejtős feladat)* Vizsgáljuk meg a hő terjedését fémekben! Mérd meg egy fémpálcában a hő terjedési sebességét! Végy egy hosszabb fémpálcát (én az IKEA-ban kapható „GRILLTIDER Nyárs, rozsdamentes, 30 cm”-t használtam, de bármilyen drót megfelelő). Helyezz el a pálcán egyenlő távolságokban kis viaszgolyókat! Egyik végét melegítsd mécsessel vagy gyertyával egyenletesen! Add meg több mérés alapján a sebességet! Hogy nevezzük a hő ilyen terjedését? Mi a magyarázata? Küldj be fotót a kísérletről!

*Szatmáry Zsolt*

**842.** (*7.*) Egy Cessna 175-ös kisrepülőgép utazó sebessége (szélcsendben a talajhoz képest) $65\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$. Egyik repülésekor két repülőtér közötti távot odafelé végig $66\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$-s „hátszélben”, visszafelé pedig végig $34\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$-s „ellenszélben” tette meg. Így a menetideje az egyik irányban $\frac{1}{4}$ órával hosszabb volt. Mekkora volt a távolság a két repülőtér között? Mekkora volt a teljes menetidő oda-vissza? Mekkora volt a teljes útra vett átlagsebessége? Mennyivel különbözött volna a menetidő, ha oda-vissza szélcsendben repül? Magyarázd meg a kapott eredményt!

*Szatmáry Zsolt*

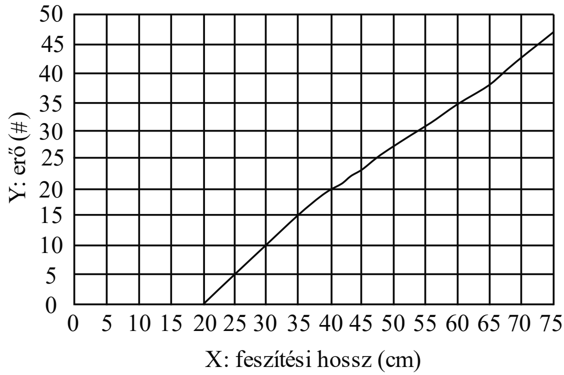
**843.** (*7., 8.*) Tamás egy 2 kg tömegű kosárlabdát ejt le egy magas gát tetejéről. A grafikonon a labdára ható közegellenállási erőt láthatjuk különböző sebességek esetén. Mekkora erő hat a labdára az elejtés pillanatában? Mekkora gyorsulással indul el a labda?

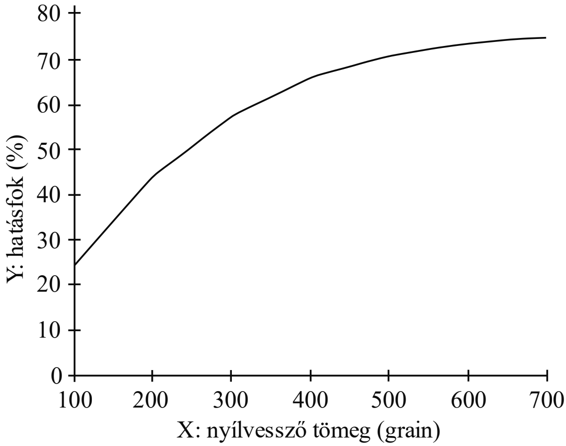


Legfeljebb hány $\frac{m}{s}$ sebességre tud a labda felgyorsulni? Határozd meg a grafikon alapján, hogy $8\frac{m}{s}$ sebességnél mekkora gyorsulással zuhan a labda! (Szél nem fúj, oldalirányú erők nem hatnak a labdára. $g = 10\frac{m}{s^2}$)

*Szatmáry Zsolt*

**844.** (*8.*) Gábor hagyományőrző íjász. Egyik szakkönyvben a következő két érdekes grafikonra lett figyelmes. Ezen az ún. feszítési grafikonon az látható, hogy egy sportíj esetén adott feszítési hosszhoz, mennyi erő szükséges. A függőleges tengelyen Angliában és az USA-ban használatos mértékegységben, fontban (1 lb. rövid jele: # = 4,56 N) van az erő megadva. A másik grafikonon az íj energetikai hatásfoka látható: ez az érték azt mutatja, hogy a megfeszítés során végzett munka (az íjban tárolt energia) hány %-át kapjuk vissza a kilőtt nyíl mozgási energiájaként. A vízszintes tengelyen a nyílvessző tömege grainben olvasható le. (Ez elavult tömegmértékegység az angolszász mértékrendszerben. Jelentése szerint gabona(szem), azaz megfelel közelítőleg egy gabonamag tömegének. A volt brit birodalom egyes területein a mai napig találkozha-



tunk vele. Megfelel 64,79891 milligrammnak. Leggyakrabban a gyógyszerészetben és a lőfegyverek kapcsán találkozhatunk vele.) A két grafikon alapján számoljuk ki, hogy 500 graines nyílvesszőt mekkora sebességgel lehet kilőni ezzel az íjjal! Extra kérdés: mi lehet az oka annak, hogy nagyobb tömegű nyílvesszőre magasabb a hatásfok?

*Szatmáry Zsolt*


**845.** (*8.*) A 2020-as (2021-ben megrendezett) tokiói olimpiai és paralimpiai érmék egy különleges projektből, az ún. „Tokyo 2020 Medal Project"-ből kapták az alapanyagukat: 2017-19 tavasza között, két éven át lakossági gyűjtés zajlott Japánban, melynek során használt elektronikai berendezéseket (mint pl. a mobiltelefonok, tabletek, fényképezőgépek) lehetett a meghatározott gyűjtőhelyeken leadni. Ilyen gyűjtőhelyek voltak a postahivatalok, iskolák, számos kültéri (utcai) gyűjtődoboz, illetve az egyik mobilvállalat üzleteiben is leadhatták a készülékeket, akik szerettek volna adakozni. Közel 80 ezer tonnányi készülék gyűlt össze! Az ezekből kinyert fémek mennyisége (32 kg arany, 3500 kg ezüst, és 2200 kg bronz) elegendő volt az érmekhez – számolt be az Olimpia honlapja. Az elektronikai hulladékból az olimpia szervezőivel szerződött feldolgozó vállalatok nyerték ki az alapanyagokat. Az érmeket tartó szalagok is újrahasznosított poliészter szálakból születtek. Az érmek átmérője 85 mm, vastagsága 7,7-12,1 mm. A 450 g tömegű bronzéremben 95 százalék réz, 5 százalék cink található, az ezüstérem 550 g tömegű tiszta ezüst. Az aranyérem úgy készül, hogy az 550 g tömegű ezüstérem felületére 6 g aranyat hordanak fel. Melyik éremnek mekkora az átlagsűrűsége? Ha mindegyik 85 mm átmérőjű korong lenne, melyiknek mekkora volna a magassága? ($\rho_{\text{arany}}=19{,}3\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$; $\rho_{\text{ezüst}}=10{,}49\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$; $\rho_{\text{réz}}=8{,}9\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$; $\rho_{\text{cink}}=7{,}14\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

Forrás: https://ng.24.hu/kultura/2021/07/24/kulonleges-anyagbol-keszultek-a-tokioi-olimpiai-ermek/

*Szatmáry Zsolt*

**Beküldési határidő:**
**2023. november 14.**

**Beküldési cím:**
**ABACUS Fizika**
**1437 Budapest, Pf. 774**

## Korábban kitűzött feladatok megoldásai

**837.** *(7.)* Dóri és Orsi együtt járnak kocogni. Egyik alkalommal egy 600 méter hosszú, egyenes út két végéről egyidőben elindultak egymás irányába, Dóri $2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, Orsi $3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ sebességgel. Amikor Orsi a táv végére ért rögtön visszafordult. Milyen messze volt Orsi a találkozási ponttól akkor, amikor Dóri a táv végére ért?

*Szatmáry Zsolt*

**Megoldás:** Először számoljuk ki, hol találkoznak! Legyen a találkozásig eltelt idő $t_1$! Felírható a megtett utakra: $v_D \cdot t_1 + v_O \cdot t_1 = d$. Ebbe behelyettesítve kapjuk, hogy $2 \cdot t_1 + 3 \cdot t_1 = 600$. Megoldva az egyenletet kapjuk, hogy $t_1$=120 s. Ennek segítségével kiszámoljuk, hogy Dóri mennyi utat tett meg ezalatt: $2 \cdot 120 = 240$ m. Most számoljuk ki, hogy mennyi idő alatt ért Dóri a táv végére: $\frac{600}{2} = 300$ s! Nézzük meg, hogy ezalatt Orsi hány métert tesz meg: $3 \cdot 300 = 900$m! Tehát Orsi a visszafordulás után még megtesz 300 métert, azaz a találkozási ponttól 60 méterre tart éppen.

**838.** (*7.,8.*) Fülöp úszó edzésre jár otthonról. Ha rollerrel megy oda-vissza, akkor a menetidő 5 perc, ha csak kocogva, akkor 20 perc. Ha egyik irányba rollerrel, a másik irányba kocogva menne az uszodába, akkor az átlagsebessége $11{,}52\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ lenne. Mekkora a sebessége rollerrel és mekkora kocogva, illetve milyen messze lakik az uszodától?

*Szatmáry Zsolt*

**Megoldás:** A menetidők alapján megállapítható, hogy rollerrel éppen 4-szer akkora Fülöp sebessége, mint kocogva: $v_r = 4 \cdot v_k$. Jelölje $s$ az uszoda és az otthon közötti távolságot!

Az átlagsebességre felírható a következő: $v_{\text{átl}} = \frac{\text{teljes megtett út}}{\text{teljes menetidő}} = \frac{2 \cdot s}{\frac{s}{v_k} + \frac{s}{v_r}}$. Ezt $s$-sel egyszerűsíthetjük, majd átváltva mindent SI-re, és felhasználva, hogy $11{,}52\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 3{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, felírható ezek alapján, hogy $3{,}2 \cdot \left(\frac{1}{v_k} + \frac{1}{4 \cdot v_k}\right) = 2$. Mindkét oldalt $4 \cdot v_k$-val beszorozva, majd rendezve kapjuk, hogy $3{,}2 \cdot (4+1) = 8 \cdot v_k$. Ebből $v_k = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, így $v_r = 8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, az uszoda távolsága pedig $s = 150 \cdot 8 = 1200$ m.

**839.** (*8.*) Két gyurmagolyó gurul ellentétes irányba $10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, illetve $4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ sebességgel, majd tökéletesen rugalmatlanul ütközik úgy, hogy az ütközés után megállnak. Mekkora sebességgel haladnak az összetapadt golyók olyan tökéletesen rugalmatlan ütközés után, amikor a két golyó kezdeti sebességét felcseréljük? Hányad része „veszik el" a mozgási energiának a második ütközés esetében?

*Szatmáry Zsolt*

**Megoldás:** Az $m_1$ tömegű test haladási irányát tekintve a pozitív iránynak, írjuk fel az első ütközésre a lendületmegmaradás törvényét: $m_1 \cdot 10 - m_2 \cdot 4 = 0$! Ebből kiderül, hogy $m_2 = 2{,}5 \cdot m_1$. Hasonlóan eljárva felírható a második ütközésre: $m_2 \cdot 10 - m_1 \cdot 4 = (m_1 + m_2) \cdot v_k$, ahol $v_k$ az összeragadt gyurmagolyók közös sebessége, és most az $m_2$ tömegű golyó sebességének irányát vettük pozitívnak. Ebbe behelyettesítve a tömegekre vonatkozó összefüggést, kapjuk: $2{,}5 \cdot m_1 \cdot 10 - m_1 \cdot 4 =$ $= (m_1 + 2{,}5 \cdot m_1) \cdot v_k$. Elvégezve az összevonásokat, kapjuk: $21 \cdot m_1 = 3{,}5 \cdot m_1 \cdot v_k$. Itt lehet egyszerűsíteni $m_1$-gyel, és így $v_k = 6\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ adódik. Az ütközés előtti mozgási energiák összege: $\frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot m_1 \cdot 10^2 + \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot 4^2 = 133 \cdot m_1$. Az ütközés utáni mozgási energia: $\frac{1}{2} \cdot 3{,}5 \cdot m_1 \cdot 6^2 = 63 \cdot m_1$. E két érték hányadosa $\frac{9}{19}$, így az ütközés előtti mozgási energia $\frac{10}{19}$ része „elveszik".

**840.** (*8.*) Juli az otthoni szobamérlegen hirtelen leguggol és feláll, ugyanakkora nagyságú gyorsulással, így a mérleg 1,5-ször akkora tömeget mutat felfelé, mint lefelé haladáskor. Mekkora volt a gyorsulásának a nagysága? Mekkora Juli tömege, ha a mérleg által mutatott két érték között 24 kg a különbség?

*Szatmáry Zsolt*

**Megoldás:** A felálláskor és leguggoláskor a mérleg által mért nyomóerők hányadosa $\frac{m \cdot (10 + a)}{m \cdot (10 - a)} = 1{,}5$. Ebből $a = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Ha a mérleg 24 kg-mal többet mutat, akkor az 240 N nyomóerő különbséget jelent. Ha felírjuk az egyenletet: $m \cdot 12 - m \cdot 8 = 240$, ebből $m = 60$ kg.

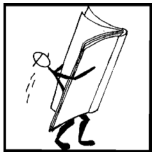
* * * * *

## „Feladatok matematikaszakkörre" – megoldás

**3.** Bélyeget vagy képeslapot $14 + 16 - 5 = 25$ tanuló gyűjt. További 4 tanuló egyiket sem gyűjti, így az osztályba $25 + 4 = 29$ tanuló jár.

*A feladvány szövege a 31. oldalon olvasható.*

*Róka Sándor – Feladatok matematikaszakkörre*



## K Ö N Y V A J Á N L Ó

### **Róka Sándor**: Párkereső


Tíz feladat, tíz megoldás és egy kakukktojás. Keresd meg az összetartozó párokat! Ehhez persze meg kell oldani a feladatokat. A válaszok nincsenek elrejtve, s ez megkönnyítheti a dolgot, ugyanakkor érdekes helyzet adódhat, ha netán a párosításban gubancok keletkeznének. A fejtörőkkel érdemes sorban haladnod, mivel azok többé-kevésbé nehézségi sorrendben követik egymást, és ha valamelyiket nehéznek is érzed, ne add fel: nagy élmény rájönni a megoldásra!

A párkereső remek műfaj: Róka Sándor kisiskolásoknak szánt új matekfeladványai a gyerekeknek a rejtvényfejtés izgalmát és örömét kínálják, emellett a tanárok számára könnyen kiértékelhető, akár versenyeken is felhasználható feladatsorokat alkotnak.

**A könyvesboltokban 3700 Ft-ért kapható, webshopunkban (www.typotex.hu) és az alábbi boltjainkban pedig 25% kedvezménnyel vásárolható meg a többi kiadványunkkal együtt.**

**Olvasók boltja**
1136 Budapest, Pannónia u. 35-37.
www.olvasokboltja.hu

**Typotex Kiadó**
1024 Bp., Fillér utca 9-11.
www.typotex.hu

**ELTE TTK-n lévő pultunk**
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/a

TYPOTEX

# K Ö N Y V A J Á N L Ó

Kedves Olvasó! A MATEGYE Alapítvány az alábbi kiadványokat szeretné a figyelmébe ajánlani.

| | |
|---|---|
| Zrínyi 2018 | 1900 Ft |
| Zrínyi 2019 | 1900 Ft |
| Zrínyi 2020 | 2500 Ft |
| Zrínyi 2021 | 2500 Ft |
| Zrínyi 2022 | 3000 Ft |
| Tanárverseny 2004-2013 | 1600 Ft |
| Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 3. osztály | 1700 Ft |
| Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 4. osztály | 1700 Ft |
| Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 5. osztály | 1700 Ft |
| Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 6. osztály | 1700 Ft |
| Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 7. osztály | 1700 Ft |
| Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 8. osztály | 1700 Ft |
| Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2007-2008. | 1700 Ft |
| Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2009-2010. | 1700 Ft |
| Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2011 | 1700 Ft |
| Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2012 | 1700 Ft |
| Zrínyi 2013 (9-12. osztály) | 1700 Ft |
| Zrínyi 2014 (9-12. osztály) | 1700 Ft |
| Zrínyi 2016 (9-12. osztály) | 1700 Ft |
| Zrínyi 2017 (9-12. osztály) | 1700 Ft |
| Zrínyi 2018 (9-12. osztály) | 1700 Ft |
| Zrínyi 2019 (9-12. osztály) | 1700 Ft |
| Zrínyi 2020 (9-12. osztály) | 2000 Ft |
| Zrínyi 2021 (9-12. osztály) | 2000 Ft |
| Zrínyi 2022 (9-12. osztály) | 2500 Ft |
| Fizika az Abacusban | 2500 Ft |
| Bátaszéki Matematikaverseny 2008-2016 | 2500 Ft |
| Matematika az Abacusban 2000-2004 | 2500 Ft |
| Matematika az Abacusban 2005-2009 | 2500 Ft |
| Matematika az Abacusban 2010-2014 | 2500 Ft |
| Hibás feladatmegoldások az ált. isk.-ban – Orosz Gyula | 1900 Ft |
| Gordiusz csomag (Gordiusz 2009-2010., 2011., 2012. évi könyvek) | 4000 Ft |
| KMF csomag 2001-2010. évi versenyfeladatok (3., 4., 5., 6., 7., 8. osztály) | 7000 Ft |

<u>A kiadványok az alábbi elérhetőségeken rendelhetők meg:</u>

Tel.: 76/483-047 E-mail: **mategye@mategye.t-online.hu**