ABACUS

MATEMATIKAI LAPOK 10–14 ÉVESEKNEK

2024. március

ABACUS, matematikai lapok 10–14 éveseknek
a Bolyai János Matematikai Társulat és
a Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány folyóirata
Alapította: Róka Sándor 1994-ben.

30. évfolyam 7. szám — 2024. március

Megjelenik szeptembertől áprilisig havonta 44 oldalon.

A főszerkesztő postacíme: 1437 Budapest, Pf. 774
A lap internet címe: www.mategye.hu
A lap (főszerkesztő) e-mail címe: abacusujsag@gmail.com

Címlap: Szepessy Béla grafikusművész és Nagy Attila grafikus
Piktogramok: Váradi Kata
Rajzok: Rigóné Tuska Henriett

Kiadja: Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány
Felelős kiadó: Csordás Mihály
Műszaki szerkesztő: Rigóné Tuska Henriett

ISSN 1219–2597

A lap megrendelhető: MATEGYE Alapítvány 6001 Kecskemét, Pf. 585
Tel.: 76/483-047 E-mail: abacus@mategye.t-online.hu
Adószám: 19047441-2-03

A lap előfizetési díja a 2023/2024-es tanévre 10 000 Ft, ami tartalmazza a postaköltséget, és a pontversenyek nevezési díját is.

L U R K Ó - L O G I K A

rovatvezető: Bagota Mónika

Albert Einstein:

„Aki még sosem követett el hibát, valószínűleg még sosem próbált semmi új dolgot.”

„A tiszta matematika nem más a maga nemében, mint a logikus gondolatok költészete.”

„A képzelet sokkal fontosabb, mint a tudás. A tudás véges. A képzelet felöleli az egész világot.”

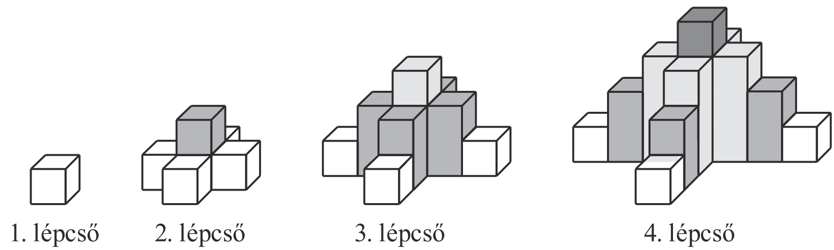
Feladatok csak 3. osztályos tanulóknak

A.1554. Ancsa, Betti és Cili számokat írnak egy papírlapra. Ha Ancsa kerül sorra, akkor a papíron levő számot ki kell radíroznia és helyette a kétszeresét kell felírnia. Betti 3-mal kisebb, Cili pedig 5-tel nagyobb számot kell, hogy a papírra írjon az eredeti helyett. Milyen sorrendben kell a papírra írniuk, hogy végül 11 legyen a papíron, ha kezdetben a 6 szerepelt és mindegyikük egyszer ír a lapra?

A.1555. Kata szombaton kezd hozzá egy könyv elolvasásához. Elhatározza, hogy vasárnaponként 30 oldalt olvas, a többi napokon pedig 6 oldalt. Hány nap alatt végez az 570 oldalas könyvvel?

Feladatok 3. és 4. osztályos tanulóknak

A.1556. Építsünk lépcsőket 4 irányban színes rudakból (lásd ábra)!



Az 1. lépcsőt 1, a 2. lépcsőt 6 fehér kiskockából tudjuk felépíteni, csak fehér kiskockákat használva. Számítsuk ki, hogy a 3. és a 4. lépcsőt hány fehér kiskockából tudjuk felépíteni!

A.1557. Az 1. ábrába berajzoltuk (0 ; 0)-tól (3 ; 3)-ig az összes lehetséges dominót úgy, hogy mindegyik dominó csak egyszer fordulhat elő. Hogyan tudtuk ezt megtenni? Segítség a megoldáshoz: A (2 ; 2)-es dominó csak az ábra jobb alsó sarkában lehet, mivel csak ott fordul elő két 2-es egymás mellett (lásd 2. ábra).

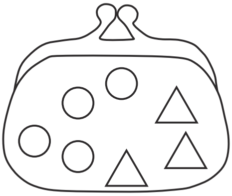
0	3	2	3	0
2	0	1	2	0
3	1	1	3	0
3	1	1	2	2

1. ábra

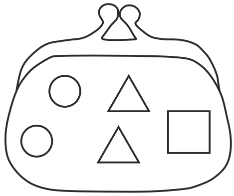
0	3	2	3	0
2	0	1	2	0
3	1	1	3	0
3	1	1	$\boxed{2 \mid 2}$	

2. ábra

A.1558. Az ábrákon egy idegen ország pénzérméit látjuk, mindegyik érme értéke egész szám.



Ez összesen 39 ezüstöt ér



Ez összesen 101 ezüstöt ér

Mennyi lehet az érmék értéke? Írd be a táblázatba! (Vigyázz! Lehet, hogy több hely van, mint lehetőség.)

△					
○					
□					

Feladatok csak 4. osztályos tanulóknak

A.1559. Folytasd a megkezdett sorozatot három különféle szabály szerint 5-5 taggal!

4; 8; 12; 16; …

Fogalmazd meg a képzési szabályokat is!

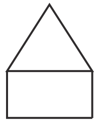
A.1560. Van-e olyan szám, amelyhez, ha hozzáadjuk a számjegyeinek összegét, éppen 2025-öt kapunk?

A Lurkó-logika feladatsorait Rapcsó Ibolya lektorálta.

Beküldési határidő: 2024. április 16.

A megoldásokat az alábbi címre küldjétek:
ABACUS Matematika 1437 Budapest, Pf. 774

A februárban kitűzött feladatok megoldásai



A. 1547. Az ábrán látható alakzat egy szabályos háromszögből és egy téglalapból épült fel. Mindkét síkidomnak ugyanannyi a kerülete. A szabályos háromszög kerülete 30 cm. Milyen hosszúak a téglalap oldalai?

Megoldás: Mivel a szabályos háromszög kerülete 30 cm, így a háromszög mindegyik oldala 10 cm. Ebből adódik, hogy a téglalap hosszabbik oldala 10 cm. Mivel a téglalap kerülete is 30 cm, így a téglalap rövidebb oldalának kétszerese $30-2\cdot 10=10$ cm, azaz a téglalap rövidebb oldala 5 cm.

A. 1548. Mici felírta mindegyik barátnőjéről, hogy hányadik hónap hányadik napján van a születésnapja. Észrevette, hogy mindegyiküknél a két felírt szám összege 37. Legfeljebb hány barátnője lehet Micinek, ha minden barátnőjének más időpontban van a születésnapja?

Megoldás: A lehetséges születésnapok 07.30., 08.29., 09.28., 10.27., 11.26., 12.25., azaz Micinek legfeljebb 6 barátnője lehet.

A. 1549. Gombóc Artúr a múlt héten speciális módon ette a csokoládét. Hétfőtől kezdődően minden nap annyi tábla csokoládét fogyasztott el, mint az azt megelőző két napon összesen. Artúr vasárnap 50, szombaton pedig 31 tábla csokoládét evett meg. Hány tábla csokoládét evett Gombóc Artúr az elmúlt héten?

Megoldás: Gombóc Artúr vasárnap 50, szombaton pedig 31 tábla csokoládét evett meg, így pénteken $50-31=19$, csütörtökön $31-19=12$, szerdán $19-12=7$, kedden $12-7=5$, hétfőn pedig $7-5=2$ tábla csokoládét evett meg. Gombóc Artúr az elmúlt héten $2+5+7+12+19+31+50=126$ tábla csokoládét evett meg.

A. 1550. Tréfi órája hol előre, hol visszafelé jár ugyanazzal a sebességgel. Legutóbb délelőtt 9:25 perckor (ami ekkor a pontos idő volt) kezdett el visszafelé járni egészen addig, amíg ugyanezen a napon 22:50-kor Tréfi észre nem vette ezt. Mennyit mutatott ekkor Tréfi órája?

Megoldás: A két időpont között 13 óra 25 perc telt el, ennyit ment az óra viszszafelé. 9 óra 25 perc alatt visszatért éjfélig, majd még négy órát járt visszafelé. Tréfi órája tehát 20 órát mutatott.

A. 1551. Az ábrán látható táblázatban az egyforma jelek egyforma számokat jelölnek. Adottak a sorokban, illetve az oszlopokban lévő számok összegei is. Melyik jel melyik számot jelöli?

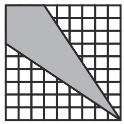
○	■	○	14
■	○	✱	12
■	✱	○	12
13	12	13	

Megoldás: Az első oszlop és az első sor annyiban tér el egymástól, hogy a ■-t ○-re cseréltük. Ettől az összeg 1-gyel nagyobb lett, tehát ○ = ■ +1. Ha az első sorban ■ helyett ○ írnánk, akkor az első sor összege így 1-gyel nőne, vagyis 15 lenne. De akkor az első sorban 3 darab ○ összege lenne 15, vagyis ○ = 5, így ■ = 4. Ebből pedig kapjuk, hogy ✻ = 3.

A. 1552. Az állatkert négy majma Csita, Hami, Koko és Hópihe együtt 67 banánt evett meg. Mindegyikük megevett legalább egy banánt, és egyik banánt sem osztották el többfelé. Hami szokás szerint mindenkinél többet evett. Csita és Koko együtt 43-at ettek meg, kettejük közül Csita evett többet. Melyik majom hány banánt evett?

Megoldás: Csita és Koko 43 banánt ettek meg, így Haminak és Hópihének csak $67-43=24$ banán maradt. Mindenki evett legalább egyet, így Hami legfeljebb 23 banánt ehetett. Ekkor viszont Csita legfeljebb 22-t ehetett, hiszen kevesebbet evett Haminál. Ennyit viszont legalább meg kellett ennie, hiszen, ha csak 21-et evett volna, akkor Koko csak nála kevesebbet, azaz legfeljebb 20-at kapott volna, ami együtt csak 41 darab, vagyis kevesebb 43-nál. Ugyanez a helyzet, ha Csita még kevesebbet evett volna. Ezek szerint Csitának éppen 22 banánt kellett ennie. Így Hami 23, Csita 22, Koko 21, Hópihe 1 banánt evett.

A. 1553. Egy nagy négyzet egy részét az ábrán látható módon szürkére színeztük. Mekkora a szürke négyszög területe, ha egy kis négyzete területe 1 egység?



Megoldás: A nagy négyzet területe $9 \cdot 9 = 81$ területegység. A két fehér derékszögű háromszögből egy téglalapot hozhatunk létre, amelynek oldalai 6 és 9 egység hosszúak, így a téglalap területe $6 \cdot 9 = 54$ területegység. A szürke négyszög területét megkapjuk, ha a nagy négyzet területéből kivonjuk a két fehér háromszög, azaz a téglalap területét, vagyis a szürke négyszög területe $81-54=27$ területegység.

✻ ✻ ✻ ✻ ✻

Tükör

Miért van az, hogy a tükör a „jobb”-at a „bal”-lal megfordítja, de a „fent”-et a „lent”-tel nem?

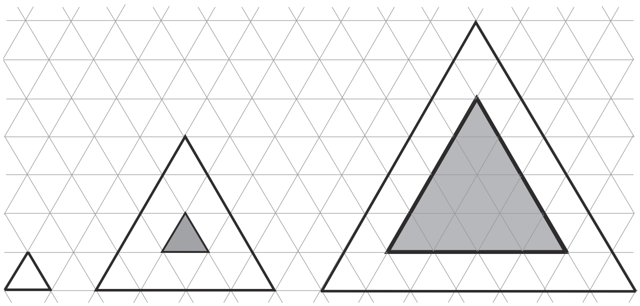
A fejtörő megoldása a 31. oldalon olvasható.
Miholcsa Gyula – LABIRINTUS – Logikai és egyéb fejtörők

M A T E M A T I K A I   P O N T V E R S E N Y

rovatvezetők: Csík Zoltán, Kósa Tamás és Magyar Zsolt

Feladatok csak 5. osztályos tanulóknak

B. 1573. Rajzoljunk egy kis szabályos háromszöget, majd a következő ábrán ezt a háromszöget rakjuk körbe ugyanilyen kis háromszögekkel egy rétegben úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk. Majd ezt a második háromszöget is rakjuk körbe kis szabályos háromszögekkel úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, és így tovább… .



Hány kis háromszögből áll a negyedik ilyen háromszög?

B. 1574. Egy könyvtárban a kölcsönzési idő lejárta után minden késedelmes napért könyvenként 35 Ft késedelmi díjat kell fizetni. Azonban ha valaki bejelenti, hogy a könyv elveszett, akkor nem fizet késedelmi díjat, hanem ki kell fizetnie a könyv árát, amiből a könyvtár újra megveszi a könyvet. Karcsi két könyvet kölcsönzött ki, az egyik ára újonnan 1260 Ft, a másiké pedig 2160 Ft.
a) Mennyit fog Karcsi fizetni a könyvtárnak, ha a két könyvvel 40 napot késett, és a lehető legkevesebb pénzt akarja elkölteni?
b) Hány nap késés után érdemes inkább mindkét könyvet kifizetni, mint késedelmi díjat fizetni, ha a lehető legkevesebb pénzt akarja elkölteni?

Feladatok 5. és 6. osztályos tanulóknak

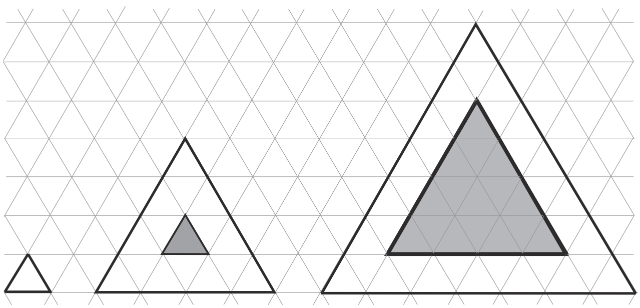
B. 1575. Egy dobozban van három papírcetli, melyek mindegyikére egy-egy pozitív számot írtunk. Az összes lehetséges módon kihúzunk valahány cetlit a dobozból és vesszük a cetliken lévő számok összegét. (Ha egy számot húzunk ki, akkor azt a számot vesszük, ami a cetlin van. Minden húzás után a kihúzott cetliket visszatesszük a dobozba.) Milyen számok lehetnek a cetlikre írva, ha az így kapott eredmények mind különböző, szomszédos egész számok? (Elég megadni három megfelelő számot!)

B. 1576. Egy focimérkőzés végeredménye 3 : 2 lett a hazai csapat javára. Hányféleképpen alakulhatott ki ez a végeredmény, ha volt olyan időszaka a mérkőzésnek, amikor a vendégcsapat vezetett?

B. 1577. Kati minden hétköznap az iskolában van délután 14 óráig. Pénteken már otthon volt, amikor elkezdett olvasni egy könyvet. Amikor elkezdte olvasni, ránézett a digitális kijelzős órájára. (Az óra 00:00 perctől 23:59-ig mutatja az időt.) 47 perc elteltével ismét ránézett az órájára, és észrevette, hogy a most mutatott időpontban és az előző időpontban összesen 8 különböző számjegyet látott. Hány órakor kezdhette el a könyvet olvasni?

Feladatok csak 6. osztályos tanulóknak

B. 1578. Rajzoljunk egy kis szabályos háromszöget, majd a következő ábrán ezt a háromszöget rakjuk körbe ugyanilyen kis háromszögekkel egy rétegben úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, majd ezt a második háromszöget is rakjuk körbe kis szabályos háromszögekkel úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, és így tovább… .

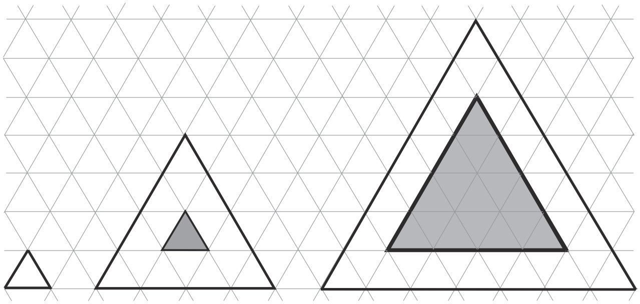


Hány kis háromszögből áll az ötödik ilyen háromszög?

B. 1579. Írd fel az 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10 számokat egy kör mentén úgy, hogy bármely két szomszédos szám összege prímszám legyen! Keress két megoldást!

Feladatok csak 7. osztályos tanulóknak

C.1726. Rajzoljunk egy kis szabályos háromszöget, majd a következő ábrán ezt a háromszöget rakjuk körbe ugyanilyen kis háromszögekkel egy rétegben úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, majd ezt a második háromszöget is rakjuk körbe kis szabályos háromszögekkel úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, és így tovább… .



Hány kis háromszögből áll a tizedik ilyen háromszög?

C.1727. Sanyi kedvenc számítógépes játékával játszott 41 percen át. Amikor elkezdte, ránézett a digitális kijelzős okosórájára, ahol három számjegyből álló időpontot látott, mely számjegyek összege 12 volt. (Az óra 1:00-tól 12:59-ig mutatja az időt, majd kezdi elölről. Az egyszámjegyű órákban levő időpontokat kezdő 0 nélkül mutatja, pl. 7:12 formátumban.) A 41 perc elteltével ismét ránézett az órájára, és észrevette, hogy ismét három számjegyből álló időpontot lát, és a számjegyek összege ismét 12. Megfigyelte azt is, hogy mindkét időpontot tekintve összesen 6 különböző számjegyet látott. Hány órakor kezdhetett el játszani? Adjuk meg az összes lehetséges időpontot!

Feladatok 7. és 8. osztályos tanulóknak

C.1728. Írd fel az 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12 számokat egy kör mentén úgy, hogy bármely két szomszédos szám összege prímszám legyen! Keress két megoldást!

C.1729. Találjuk ki, mi a szabály és folytassuk a táblázat kitöltését!

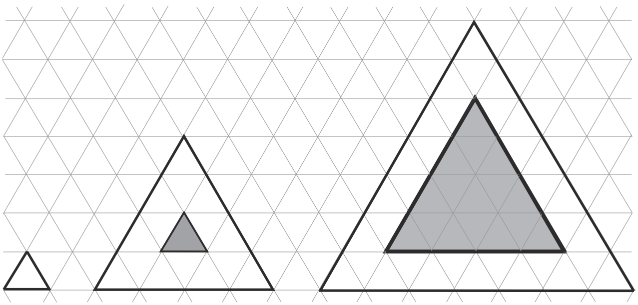
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	10	111	100	10	1110	1001					

C.1730. Egy dobozban van három papírcetli, melyek mindegyikére egy-egy pozitív számot írtunk. Az összes lehetséges módon kihúzunk valahány cetlit a dobozból és vesszük a cetliken lévő számok összegét. (Ha egy számot húzunk ki, akkor azt a számot vesszük, ami a cetlin van. Minden húzás után a kihúzott cetliket visszatesszük a dobozba.) Milyen számok vannak a cetlikre írva, ha az így kapott eredmények mind különböző, szomszédos egész számok?

C.1731. Egy focimérkőzés végeredménye 4 : 3 lett a hazai csapat javára. Hányféleképpen alakulhatott ki ez a végeredmény, ha volt olyan időszaka a mérkőzésnek, amikor a vendégcsapat vezetett?

Feladatok csak 8. osztályos tanulóknak

C.1732. Rajzoljunk egy kis szabályos háromszöget, majd a következő ábrán ezt a háromszöget rakjuk körbe ugyanilyen kis háromszögekkel egy rétegben úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, majd ezt a második háromszöget is rakjuk körbe kis szabályos háromszögekkel úgy, hogy egy nagyobb szabályos háromszöget kapjunk, és így tovább…



Hány kis háromszögből áll a huszadik ilyen háromszög?

C.1733. Gizinek a $\frac{4}{(x-2)} > 5$ egyenlőtlenséget kellett volna megoldania. A megoldás során azonban az 5 helyett egy másik pozitív egész számot írt, így $2 < x < 4$ lett az általa kapott megoldás. Milyen pozitív egész számot írt az 5 helyett?

A Matematikai pontverseny feladatsorait Szép János lektorálta.

Beküldési határidő: 2024. április 16.

Beküldési cím:
ABACUS Matematika 1437 Budapest, Pf. 774

A februárban kitűzött feladatok megoldásai

B. 1566. Kiválasztunk két egész számot, e-t és f-et, majd kiszámítjuk az $e+f$, $e-f$, $e \cdot f$ és $e:f$ műveletek eredményét. Meg tudunk-e adni olyan e és f számokat, amelyekre a négy eredmény közül:
a) az $e+f$
b) az $e-f$
c) az $e \cdot f$
d) az $e:f$
művelet eredménye lesz a legnagyobb? Ha igen, adjunk meg egy-egy példát, ha nem, indokoljuk meg, miért nem!

Megoldás: Minden eset megvalósítható, a táblázatban vastagon jelöltük a legnagyobb eredményt.

	e	f	$e+f$	$e-f$	$e \cdot f$	$e:f$
a)	1	1	**2**	0	1	1
b)	1	–1	0	**2**	–1	–1
c)	4	2	6	2	**8**	2
d)	–8	2	–6	–10	–16	**–4**

B. 1567. Nyuszi Pista egy négy lépcsőfokból álló lépcsőn szeretne felugrálni. Egyszerre 1, 2 vagy 3 lépcsőfoknyit tud ugrani. Hányféleképpen juthat fel a negyedik lépcsőfokra, ha az ugrásainak a sorrendje számít? (Tehát különbözőnek tekintjük azokat az ugrássorozatokat, amelyekben például 1, 2, 1 lépcsőfoknyit, illetve 2, 1, 1 lépcsőfoknyit ugrott.)

Megoldás: A lehetséges ugrások: $1+3$; $3+1$; $1+1+2$; $1+2+1$; $2+1+1$; $2+2$; $1+1+1+1$. Tehát hétféleképpen juthat fel a 4. lépcsőfokra.

B. 1568. Az iskolai büfében almát, körtét és szilvát lehet kapni. A nap vége felé már csak 20 gyümölcs van összesen a pulton. Almából több van, mint a másik két gyümölcsből külön-külön, szilvából pedig kevesebb, mint a másik kettőből külön-külön, viszont almából kevesebb van, mint szilvából és körtéből együttesen. Adjuk meg az összes lehetséges darabszámot, amely ezen feltételeket teljesíti!

Megoldás: Almából 8 vagy 9 darab van, mert a felénél kevesebb van, de 7 már nem lehet, mert akkor 7-7-6 formában tudnának csak eloszlani, hogy almából legyen a legtöbb, de ekkor nem lenne több alma, mint körte. Ha 9 alma van, akkor 8 körte és 3 szilva, vagy 7 körte és 4 szilva, vagy 6 körte és 5 szilva. Ha 8 alma van, akkor 7 körte és 5 szilva, kevesebb körte nem lehet. Tehát 4-féle kombinációban lehetnek a gyümölcsök a pulton.

B. 1569. Egy 32 lapos magyar kártya lapjai A, B, C és D között vannak szétosztva. Ahhoz, hogy egyenlő számú kártya legyen mindenki kezében először A kártyáinak felét szét kell osztani B és C között, majd B kártyáinak felét C és A között, végül C kártyáinak felét A és B között. Kinek hány kártyája van eredetileg?

Megoldás: Gondolkodjunk visszafelé! D kártyáinak száma végig nem változott, így neki végig 8 kártyája volt. Az utolsó osztozkodás előtt C-nek 16 kártyája kellett, hogy legyen, így 4-4-et kapott A és B tőle, vagyis nekik 4-4 kártyájuk volt előtte. Hasonlóan visszafelé gondolkodva továbbra is, a kártyák száma így változik (lásd táblázat). Tehát kezdetben A-nak 4, B-nek 7, C-nek 13 és D-nek 8 kártyája van.

A	B	C	D
8	8	8	8
4	4	16	8
2	8	14	8
4	7	13	8

B. 1570. Misi egy olyan utcában lakik, amelyben csupa családi ház van. Ha az utca elejétől elindulunk, akkor Misiék a 17. házban laknak a bal oldalon. Az utcában a házakat az utca elejétől kezdve folyamatosan számozzák úgy, hogy a páratlan számú házak a bal oldalon, a páros számú házak a jobb oldalon vannak. Ha az utca végétől kezdve számoznák a házakat, akkor Misiék házszáma 5-tel lenne nagyobb, mint amennyi jelenleg. Hány ház van Misiék oldalán az utcában összesen?

Megoldás: Ha az utca elejétől indulva Misiék a 17. házban laknak a bal (páratlan) oldalon, akkor házszámuk 33. Ha az utca végétől számoznák a házakat, akkor Misiék a páros oldalon laknának, és a házszámuk $33+5=38$ lenne. Ezért az utca végétől számítva a 19. házban laknak. Így Misiék oldalán összesen $19+17-1=35$ ház van.

B. 1571. 12 kiskockából 4-féle különböző téglatestet lehet összeállítani: $1\times1\times12$; $1\times2\times6$; $1\times3\times4$; $2\times2\times3$ méretűt. Hány kiskockából lehet éppen 5-féle különböző téglatestet összeállítani? Keressünk két különböző megoldást!

Megoldás: 30 kiskockából éppen ötfélét lehet: $1\times1\times30$; $1\times2\times15$; $1\times3\times10$; $1\times5\times6$; $2\times3\times5$. 32 kiskockából is éppen ötfélét lehet: $1\times1\times32$; $1\times2\times16$; $1\times4\times8$; $2\times4\times4$; $2\times2\times8$.

B. 1572. Nyuszi Pista egy öt lépcsőfokból álló lépcsőn szeretne felugrálni. Egyszerre 1, 2 vagy 3 lépcsőfoknyit tud ugrani. Hányféleképpen juthat fel az ötödik lépcsőfokra, ha az ugrásainak a sorrendje számít? (Tehát különbözőnek tekintjük azokat az ugrássorozatokat, amelyekben pl. 1, 2, 2 lépcsőfoknyit, illetve 2, 2, 1 lépcsőfoknyit ugrott.)

Megoldás: A lehetséges ugráskombinációk:
$1+1+1+1+1$; $1+1+1+2$; $1+1+2+1$; $1+2+1+1$; $2+1+1+1$; $1+2+2$; $2+1+2$; $2+2+1$; $1+1+3$; $1+3+1$; $3+1+1$; $2+3$; $3+2$. Ez 13 lehetőséget jelent.

C.1718. Három különböző prímszám összege 50. Melyik ez a három prím?

Megoldás: A 2 biztosan szerepel a prímek között, mert, ha nem szerepelne, akkor páratlan lenne a három prímszám összege. Az egyik prím tehát a 2. A másik két prímszám összege 48. A prímszámok 48-ig: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47. A lehetséges párok (melyek a 2-vel együtt adják a megfelelő prímhármasokat): 5-43; 7-41; 11-37; 17-31; 19-29.

C.1719. Nyuszi Pista egy hat lépcsőfokból álló lépcsőn szeretne felugrálni. Egyszerre 1, 2 vagy 3 lépcsőfoknyit tud ugrani. Hányféleképpen juthat fel a hatodik lépcsőfokra, ha az ugrásainak a sorrendje számít? (Tehát különbözőnek tekintjük azokat az ugrássorozatokat, amelyekben pl. 1, 2, 3 lépcsőfoknyit, illetve 2, 3, 1 lépcsőfoknyit ugrott.)

Megoldás: Az első lépcsőre 1-féleképpen ugorhat fel. A második lépcsőre 2-féleképpen: vagy rögtön felugrik egy 2-es ugrással, vagy az első lépcsőről ugrik fel 1-es ugrással, ahová egyféleképpen juthatott el. Tehát a lehetőségek száma $1+1=2$. A harmadik lépcsőre vagy rögtön felugrik, vagy az első lépcsőről ugrik fel egy 2-es ugrással, vagy a második lépcsőről ugrik fel egy 1-es ugrással. Tehát a lehetőségek száma 1 (rögtön felugrik) +1 (az első lépcsőre ennyiféleképpen juthat el) +2 (a második lépcsőre ennyiféleképpen juthat el) $=4$. A negyedik lépcsőre az első, a második vagy a harmadik lépcsőről ugorhat fel, így a lehetőségek száma: $1+2+4=7$. Hasonlóképpen az ötödik lépcsőre $2+4+7=13$, a hatodik lépcsőre pedig $4+7+13=24$-féleképpen juthat el.

C.1720. 12 kiskockából 4-féle különböző téglatestet lehet összeállítani: $1\times1\times12$; $1\times2\times6$; $1\times3\times4$; $2\times2\times3$ méretűt.
a) Hány kiskockából lehet éppen 5-féle különböző téglatestet összeállítani? Keress két különböző megoldást!
b) Hány kiskockából lehet éppen 6-féle különböző téglatestet összeállítani? Keress két különböző megoldást!

Megoldás: ***a)*** 30 kiskockából éppen ötfélét lehet: $1\times1\times30$; $1\times2\times15$; $1\times3\times10$; $1\times5\times6$; $2\times3\times5$. 32 kiskockából éppen ötfélét lehet: $1\times1\times32$; $1\times2\times16$; $1\times4\times8$; $2\times4\times4$; $2\times2\times8$.
b) 24 kiskockából 6-féle különböző téglatestet lehet készíteni: $1\times1\times24$; $1\times2\times12$; $1\times3\times8$; $1\times4\times6$; $2\times2\times6$; $2\times3\times4$ méretűt. 40 kiskockából 6-féle különböző téglatestet lehet készíteni: $1\times1\times40$; $1\times2\times20$; $1\times4\times10$; $1\times5\times8$; $2\times2\times10$; $2\times4\times5$ méretűt.

C.1721. Egy 32 lapos magyar kártya lapjai A, B, C és D között vannak szétosztva. Ahhoz, hogy egyenlő számú kártya legyen mindenki kezében először A kártyáinak felét szét kell osztani B és C között, majd B kártyáinak felét C és A között, végül C kártyáinak felét A és B között. Kinek hány kártyája van eredetileg?

Megoldás: Gondolkodjunk visszafelé! D kártyáinak száma végig nem változott, így neki végig 8 kártyája volt. Az utolsó osztozkodás előtt C-nek 16 kártyája kellett, hogy legyen, így 4-4-et kapott A és B tőle, vagyis nekik 4-4 kártyájuk volt előtte. Hasonlóan visszafelé gondolkodva továbbra is, a kártyák száma így változik (lásd táblázat). Tehát kezdetben A-nak 4, B-nek 7, C-nek 13 és D-nek 8 kártyája van.

A	B	C	D
8	8	8	8
4	4	16	8
2	8	14	8
4	7	13	8

C.1722. Ha Jani 4 év múlva aktuális életkorának 4-szeresét és 5 év múlva aktuális életkorának 5-szörösét összeadjuk, éppen megkapjuk Jani mostani életkorának 10-szeresét. Hány éves most Jani?

Megoldás: Ha Jani most x éves, akkor: $4(x+4)+5(x+5)=10x$, ahonnan $x=41$. Tehát Jani most 41 éves.

C.1723. Misi egy olyan utcában lakik, amelyben csupa családi ház van. Ha az utca elejétől elindulunk, és megszámoljuk, hogy Misiék hányadik házban laknak, akkor pontosan kétszer akkora eredményt kapunk, mint ha azt számoljuk meg, hogy az utca végétől számítva hányadik házban laknak. Az utcában a házakat az utca elejétől kezdve folyamatosan számozzák úgy, hogy a páratlan számú házak a bal oldalon, a páros számú házak a jobb oldalon vannak. Misiék az utca elejétől indulva a bal oldalon laknak. Ha az utca végétől kezdve számoznák a házakat, akkor Misiék házszáma 25-tel lenne kisebb, mint amennyi jelenleg. Hány ház van Misiék oldalán az utcában összesen?

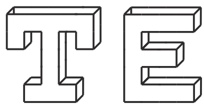
Megoldás: Ha az utca elejétől indulva Misiék a $2x$-edik házban laknak a bal (páratlan) oldalon, akkor házszámuk $2(2x)-1=4x-1$. Ha az utca végétől számoznák a házakat, akkor Misiék a páros oldalon laknának, és a házszámuk $2x$ lenne (mert innen indulva az x-edik házban laknának). A megadott összefüggés alapján $4x-1-25=2x$, innen $x=13$. Tehát az utcában $13+26-1=38$ ház van Misiék oldalán.

C.1724. Négy különböző pozitív prímszám összege 50. Melyik ez a négy prím?

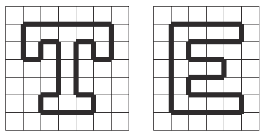
Megoldás: A 2 biztosan nem szerepel a prímek között, mert, akkor páratlan lenne az összegük. A prímszámok 48-ig: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19; 23; 29; 31; 37; 41; 43; 47. A legkisebb prímszám közülük legfeljebb 7 lehet, mert $11+13+17+19>50$. Ha a 7 a legkisebb: $7+11+13+17=48$ a legkisebb elérhető összeg, amit 2-vel kell növelnünk, hogy megfelelő legyen és erre az egyetlen lehetőség a 7; 11; 13; 19 választás. Ha az 5 a legkisebb, akkor a másik három

prímszám összege 45. A legnagyobb szereplő prím szerint keressük meg az összes lehetőséget:
43, 41 nyilván nem lehet a legnagyobb. 37+3+5 (nem megfelelő, mert 3 a legkisebb és az 5 kétszer szerepel). 31+7+7 (nem megfelelő), 29+3+13 (nem megfelelő), 29+5+11 (nem megfelelő), 23+3+19 (nem megfelelő), 23+5+17 (nem megfelelő) 23+11+11 (nem megfelelő). 19+7+19 (nem megfelelő) 19+13+13 (nem megfelelő). 17+11+17 (nem megfelelő). Tehát nem találtunk olyan megfelelő prímnégyest, melyben az 5 a legkisebb. Ha a 3 a legkisebb, akkor a másik három prímszám összege 47. Mivel a következő két prím összege 5+7=12, így a szereplő legnagyobb prím legfeljebb 35 lehet. 31+5+11 (jó), 29+5+13 (jó), 29+7+11 (jó), 23+5+19 (jó), 23+7+17 (jó), 23+11+13 (jó), 19+11+17 (jó). Összesen tehát nyolc megfelelő prímszámnégyest találtunk: 7+11+13+19; 3+5+11+31; 3+5+13+29; 3+7+11+29; 3+5+19+23; 3+7+17+23; 3+11+13+23; 3+11+17+19.

C.1725. Az 1. ábrán látható két edénynek oldalról nézve olyan alakja van, mint egy-egy betűnek. Az edények oldalnézeti képe látható a 2. ábrán, 10 cm-es oldalhosszúságú négyzetrácsra helyezve. Az edények felül nyitottak, az edények vastagsága 10 cm. Az edényekbe egy-egy vékony kis gumicsövet helyezünk, melyek leérnek az edények aljáig, és ezeken keresztül vízzel töltjük meg mindkét edényt. Percenként 1 liter víz folyik be a csövön keresztül mindegyik edénybe. Hány perc alatt telik meg az egyik, illetve a másik edény? Ábrázoljuk az egyes edényekben levő víz magasságának időbeli alakulását grafikonon!

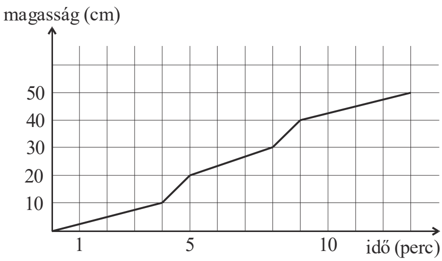


1. ábra

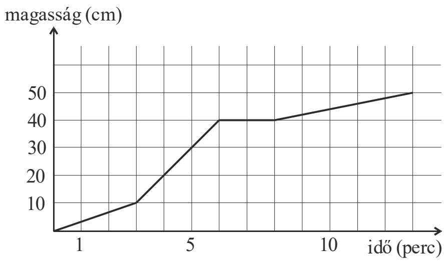


2. ábra

Megoldás: A befolyó víz egy perc alatt az oldalnézeti ábrákon egy kis négyzetnek megfelelő térfogatot tölt meg. Ennek megfelelően mindkét betű formájú edény 13 perc alatt telik meg. A grafikonok az alábbi ábrán láthatók:



Az E betűs edény grafikonja



A T betűs edény grafikonja

MEGYEI MATEMATIKAVERSENY

A verseny 2. fordulójának feladatai

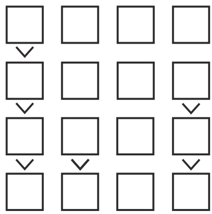
3. osztály

1. feladat: Sorold fel azokat a 38-nál kisebb kétjegyű számokat, amelyekben van 3-as számjegy!

2. feladat: Pista bácsi 12 tyúkja közül 3 naponta, 3 kétnaponta, 3 háromnaponta és 3 négynaponta tojik egy tojást. Hány tojást tojnak Pista bácsi tyúkjai 12 egymást követő nap alatt?

3. feladat: Kati egy kocka alakú dobozt az ábrán látható módon kötött át egy szalaggal. Milyen hosszú szalagot használt fel ehhez, ha a kocka minden éle 10 cm hosszú és a masnihoz 30 cm hosszú szalag kellett?

4. feladat: Írd be a táblázat négyzeteibe az 1; 2; 3 és 4 számokat úgy, hogy
- minden négyzetbe egy szám kerüljön;
- minden sorban és minden oszlopban mind a négy szám szerepeljen;
- a beírt számokra teljesüljenek a megadott egyenlőtlenségek!

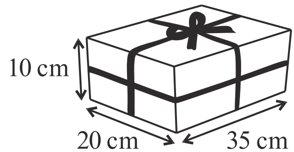


5. feladat: A sárkánykirály minden gyermekének annyi feje van, ahányadiknak született a családban. Legkevesebb hány gyermeke van a sárkánykirálynak, ha elküldheti őket az ország három tartományába úgy, hogy mind a három tartományban egyidőben ugyanannyi az odaküldött sárkánygyerekek fejeinek száma?

4. osztály

1. feladat: Sorold fel azokat a 47-nél kisebb kétjegyű számokat, amelyekben van 4-es számjegy!

2. feladat: Kati egy téglatest alakú dobozt az ábrán látható módon kötött át egy szalaggal. Milyen hosszú szalagot használt fel ehhez, ha a masnihoz 30 cm hosszú szalag kellett?



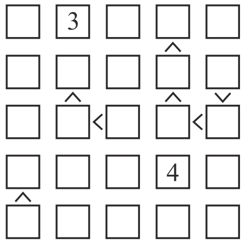
3. feladat: Anna, Balázs, Csaba, Dia és Enikő magasságáról a következőket tudjuk:

- Anna magasabb, mint Balázs, de alacsonyabb Csabánál.
- Dia magasabb Annánál, de alacsonyabb, mint Csaba.
- Enikő alacsonyabb, mint Csaba, de magasabb Balázsnál.

a) Melyik gyerek a legmagasabb?
b) Melyik gyerek a legalacsonyabb?
c) Sorold fel a lányok neveit magasságuk növekvő sorrendjében!

4. feladat: Írd be a táblázat négyzeteibe az 1; 2; 3; 4 és 5 számokat úgy, hogy

- minden négyzetbe egy szám kerüljön;
- minden sorban és minden oszlopban mind az öt szám szerepeljen;
- a beírt számokra teljesüljenek a megadott egyenlőtlenségek!



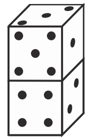
5. feladat: Kata az $\boxed{1}\,\boxed{2}\,\boxed{3}\,\boxed{4}\,\boxed{5}\,\boxed{6}\,\boxed{7}\,\boxed{8}\,\boxed{9}$ számkártyákból kirak egy kétjegyű számot. Ezután a kétjegyű szám számkártyáinak felcserélésével egy újabb kétjegyű számot rak ki. A csere során az egyik számkártya értéke 72-vel nőtt, a másik számkártya értéke 45-tel csökkent. Melyik kétjegyű számokat rakta ki Kata?

5. osztály

1. feladat: Melyik számjegyek írhatók a $202x$ négyjegyű számban az x helyére úgy, hogy a kapott négyjegyű szám
a) páros szám legyen;
b) számjegyeinek összege 9-nél kisebb legyen?

2. feladat: Egy dobozban lévő 15 egyforma méretű golyó közül 4 piros, 5 fehér és 6 zöld színű. Legkevesebb hány golyót kell véletlenszerűen (becsukott szemmel) kihúzni a dobozból, hogy a kihúzott golyók között biztosan legyen
a) zöld színű;
b) fehér színű és piros színű;
c) piros színű vagy zöld színű;
d) mindegyik színűből legalább egy;
e) valamelyik színűből legalább kettő?

3. feladat: Két szabályos dobókockából készült az ábrán látható téglatest. Hány pötty lehet a téglatest felületén? (A szabályos dobókocka lapjai 1-től 6-ig pöttyözöttek, és a szemközti lapokon lévő pöttyök számának összege 7.)



4. feladat: Egy pozitív egész számhoz hozzáadtuk az annál 1-gyel kisebb számot, majd az így kapott összeghez hozzáadtuk az összegnél 1-gyel nagyobb számot, végül az így kapott számhoz hozzáadtuk az annál 2-vel nagyobb számot. Így eredményül 2024-et kaptunk. Mennyi az eredeti szám számjegyeinek összege és számjegyeinek szorzata?

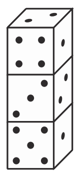
5. feladat: Egy családban az apa, az anya és a lányuk életkorának összege 100 év. Az apa 5 évvel idősebb, mint az anya, és az anya 22 évvel idősebb a lányuknál. Hány évesek a család tagjai?

6. osztály

1. feladat: Melyik számjegyek írhatók a 202x négyjegyű számban az x helyére úgy, hogy a kapott négyjegyű szám
a) osztható legyen 2-vel;
b) osztható legyen 3-mal;
c) osztható legyen 6-tal?

2. feladat: Egy dobozban lévő 18 egyforma méretű golyó közül 5 piros, 6 fehér és 7 zöld színű. Legkevesebb hány golyót kell véletlenszerűen (becsukott szemmel) kihúzni a dobozból, hogy a kihúzott golyók között biztosan legyen
a) piros színű;
b) fehér színű és zöld színű;
c) piros színű vagy zöld színű;
d) mindegyik színűből legalább egy;
e) valamelyik színűből legalább kettő?

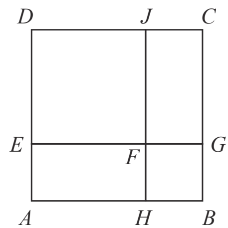
3. feladat: Három szabályos dobókockából készült az ábrán látható téglatest. Hány pötty lehet a téglatest felületén? (A szabályos dobókocka lapjai 1-től 6-ig pöttyözöttek, és a szemközti lapokon lévő pöttyök számának összege 7.)



4. feladat: Az erdei iskolában lévő minden gyerek hétfő délelőtt három program közül választott egyet. Madárlesen háromszor annyian, azaz 24-gyel többen voltak, mint rovarmegfigyelésen. Gombagyűjtésen 10-zel többen vettek részt, mint rovarmegfigyelésen. Hány gyerek van az erdei iskolában?

5. feladat: Egy 1 cm élű kockát a festékes lapjával lefelé egy fehér színű kartonlapra tettünk. Ezután a kockát a festékes lapjának egyik oldalegyenese mentén eltoltuk 6 cm-rel, majd innen erre merőleges irányban szintén 6 cm-rel, végül egy egyenes mentén visszatoltuk kezdeti helyzetébe. Ahol a kocka festékes lapja érintkezett a fehér színű kartonlappal, ott a kartonlap festékes lett. Mekkora területen lett festékes a kartonlap?

7. osztály



1. feladat: Az $ABCD$ négyzetet két négyzetre és két téglalapra osztottuk fel (lásd ábra). Mennyi a négy rész és az $ABCD$ négyzet területe, ha az $AHFE$ téglalap kerülete 30 cm és az AH oldalának hossza kétszerese az AE oldal hosszának?

2. feladat: Hányféle szám lehet az $x+y$ összeg, ha a $20x3202y$ nyolcjegyű szám osztható 12-vel?

3. feladat: Egy dobozban piros és sárga golyók vannak. Ha a dobozból 8 sárga golyót vennénk ki, akkor a dobozban ugyanannyi piros golyó lenne, mint sárga. Ha a dobozból 7 piros golyót vennénk ki, akkor a piros golyók száma fele lenne a sárga golyók számának. Hány piros golyó és hány sárga golyó van a dobozban?

4. feladat: Hány olyan kétjegyű pozitív egész szám van, amelyben a számjegyek szorzata kétjegyű szám?

5. feladat: Egy iskola 7. évfolyamára 95 tanuló jár, több fiú, mint lány. A lányok $\frac{5}{8}$ része sportol, a fiúk $\frac{2}{9}$ része nem sportol. Hány lány nem sportol az iskola 7. évfolyamán?

8. osztály

1. feladat: Az ábrán látható összeadásban az azonos betűk azonos számjegyeket, a különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek. Mennyi az R + É + T összeg?

$$\begin{array}{cccc} & \text{T} & \text{É} & \text{R} \\ + & \text{T} & \text{R} & \text{É} \\ \hline & \text{É} & \text{R} & \text{T} \end{array}$$

2. feladat: Hányféle szám lehet az $x+y$ összeg, ha a $20x3202y$ nyolcjegyű szám osztható 15-tel?

3. feladat: Kiszámoltuk egy szabályos háromszög, egy rombusz, egy deltoid és egy húrtrapéz kerületét, és az eredményeket nagyság szerint sorrendbe állítva az 50 cm, 73 cm, 84 cm és 87 cm értékeket kaptuk.

a) Melyik sokszögnek mennyi a kerülete, ha mind a négy sokszög oldalainak hosszai centiméterben mérve egész számok?

b) Mennyi a szabályos háromszög oldalainak és a rombusz oldalainak hossza?

4. feladat: Takarékos Palkó egy perselybe 10; 20; 50 és 100 forintos érméket gyűjt. A perselyben most 6100 Ft van. Az utolsó érme perselybe dobása előtt Palkó mind a négy fajta érme esetén kiszámolta az érme értékének és a perselyben lévő darabszámának a szorzatát. Hány darab van most az egyes érmékből a perselyben, ha Palkó négy egyenlő szorzatot kapott?

5. feladat: Hány olyan 2024-nél nagyobb, de 3000-nél kisebb évszám van, amelyben a számjegyek szorzata megegyezik a számjegyek összegével?

* * * * *

A szegény diák vacsorája

– Hányan laknak ebben a házikóban? – kopogtatott be a szegény diák egy jómódú parasztember házába.

– Hárman – kapta a mogorva választ.

– Hány évesek?

– Életkoruk szorzata 225, éveik összege azonos a házszámmal.
Ha kitalálod, hogy ki hány éves, megvendégellek egy kiadós vacsorával.
A szegény diák megnézte a házszámot.
– Nekem ez elég is. Ön a legidősebb?
– Igen – hangzott a válasz.
A diák megmondta a helyes választ, és aznap teli hassal aludt el.
Mi volt a megoldás?

A fejtörő megoldása a 28. oldalon olvasható.

Logikai egypercesek – Trükkös feladványok

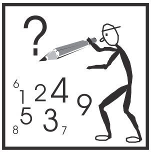
Mi van a matematikai csodaládában? (II. rész)

Számadó László (Budapest)

Az előző részben olvashattunk a Fővárosi Nagycirkusz előadásaihoz kapcsolódó rendhagyó matematikaórákról, és ezzel kapcsolatban felvetődött a kérdés, hogy meg lehet-e állapítani egy nagy számról (az osztás elvégzése nélkül) a 7-tel és a 13-mal való oszthatóságot. Ezek eldöntésére a cikkben megismertünk egy-egy eljárást.

1. *Egy egész szám akkor (és csak akkor) osztható 7-tel, ha a szám első számjegyétől az utolsó előtti számjegyéig tartó számból kivonjuk az utolsó számjegy 2-szeresét, és az így kapott szám osztható 7-tel. Ha az így kapott számról még nem tudunk dönteni, akkor folytassuk ugyanezt az eljárást.*
Ha például a 315-öt vizsgáljuk, akkor a $31-2\cdot 5=21$ osztható 7-tel, ezért a 315 is osztható 7-tel a bemutatott módszer szerint.
Nézzük meg, hogy miért jó ez a következtetés. A gondolatmenetet azok tudják könnyebben követni, akik már tanultak betűs kifejezésekkel számolni.
Legyen a vizsgált szám első számjegyétől az utolsó előtti számjegyéig tartó szám az a, az utolsó számjegye pedig a b. Ekkor a vizsgált szám $10a+b$ alakban írható. A módszer alapján helyette az $a-2b$ értéket lehet vizsgálni. Ezek felhasználásával: $(10a+b)-3(a-2b)=10a+b-3a+6b=7a+7b=7(a+b)$.
Mivel a $7(a+b)$ osztható 7-tel, az $a-2b$ előtti 3-as szorzó pedig nem befolyásolja a 7-es oszthatóságot, ezért ha $10a+b$ (a vizsgált szám) osztható 7-tel, akkor az $a-2b$ is osztható 7-tel, és ha az $a-2b$ osztható 7-tel, akkor a $10a+b$ (a vizsgált szám) is osztható 7-tel.
Ezzel beláttuk az eljárás helyességét!

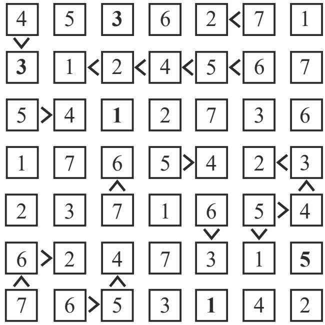
2. *Egy egész szám akkor (és csak akkor) osztható 13-mal, ha a szám első számjegyétől az utolsó előtti számjegyéig tartó számhoz hozzáadjuk az utolsó számjegy 4-szeresét, és az így kapott szám osztható 13-mal. Ha az így kapott számról még nem tudunk dönteni, akkor folytassuk ugyanezt az eljárást.*
Ha például a 351-et vizsgáljuk, akkor a $35+4\cdot 1=39$ osztható 13-mal, ezért a 351 is osztható 13-mal a bemutatott módszer szerint.
Használjuk a korábban bevezetett jelölést:
$(10a+b)+3(a+4b)=10a+b+3a+12b=13a+13b=13(a+b)$.
Ez a sor (az előző pontban látott módon) ennek az eljárásnak a helyességét igazolja!
A látottak alapján próbálkozhatunk további oszthatósági eljárások készítésével, de ezzel egy következő alkalommal fogunk foglalkozni.



S Z Á M R E J T V É N Y E K

rovatvezető: Csordásné Pásti Natália

A február hónapban kitűzött feladat megfejtése az 1. ábrán látható. Reméljük, hogy sikerült ezzel a feladvánnyal is megbirkóznotok.

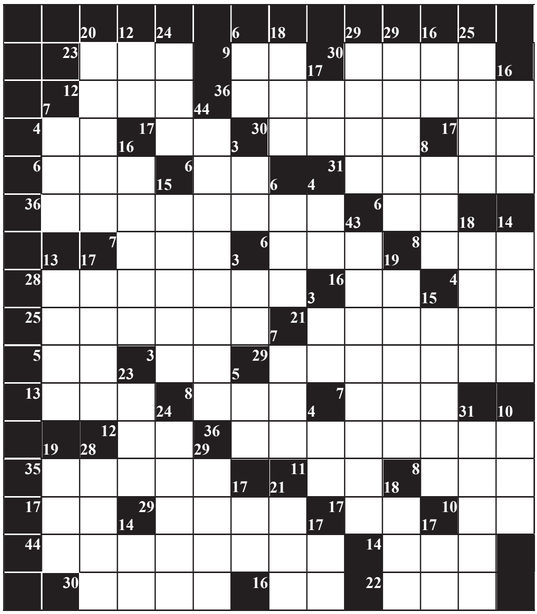


1. ábra

Most egy Kakuro lesz a megoldandó feladat (lásd 2. ábra). Az üres négyzetekbe kell 1-től 9-ig beírni a számokat úgy, hogy a fekete négyzetekben lévő számok a tőlük jobbra vagy lefelé található fehér négyzetekbe írt számok összegével legyenek egyenlőek. Az összegben mindegyik szám legfeljebb egyszer szerepelhet. A feladvány ábrája letölthető az internetről is, a *www.mategye.hu* honlapról. A letöltés a nevezéshez használt sorszám és jelszó beírása után lehetséges. A beküldött megoldáson tüntesd fel a neved, az osztályod és a nevezéskor használt négyjegyű sorszámot!

Csak az ezekkel az adatokkal ellátott megfejtések és az interneten a számrejtvénybe benevezett tanulók vesznek részt a versenyben. A megoldást másik rovat megoldásával együtt is beküldheted.

Jó szórakozást a feladvány megoldásához! ☺



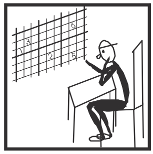
2. ábra

Beküldési határidő:
2024. április 16.

Beküldési cím:
MATEGYE Alapítvány 6001 Kecskemét, Pf. 585

S U D O K U

rovatvezetők: Csordásné Pásti Natália és Csordás Péter



A mellékelt ábra tartalmazza az előző havi Sudoku helyes megoldását (lásd 1. ábra).

Az előző hónapokban feladott Sudoku feladványokra nagyon sokan küldtek be megoldást. Ezek javítása folyamatosan történik. A javítás után a pontszámok a *www.mategye.hu* honlapon megtekinthetők. Ez a nevezéshez használt sorszámmal és jelszóval lehetséges.

A korábbi fordulóktól eltérően, most egy különleges feladványt egy Sudoku Samurai feladványt kell megoldanotok. A Sudoku Samurai egy olyan Sudoku feladvány, amely öt Sudokuból áll (lásd 2. ábra).

7	8	**3**	2	6	**9**	5	1	**4**
9	4	1	7	**8**	5	**6**	**3**	2
5	2	6	3	4	1	8	9	**7**
1	5	8	9	3	2	4	7	6
2	9	4	6	1	**7**	3	8	5
3	6	7	8	5	4	**1**	**2**	9
4	3	**2**	5	7	8	9	6	1
6	**1**	9	**4**	2	**3**	**7**	5	8
8	7	**5**	1	9	6	**2**	4	**3**

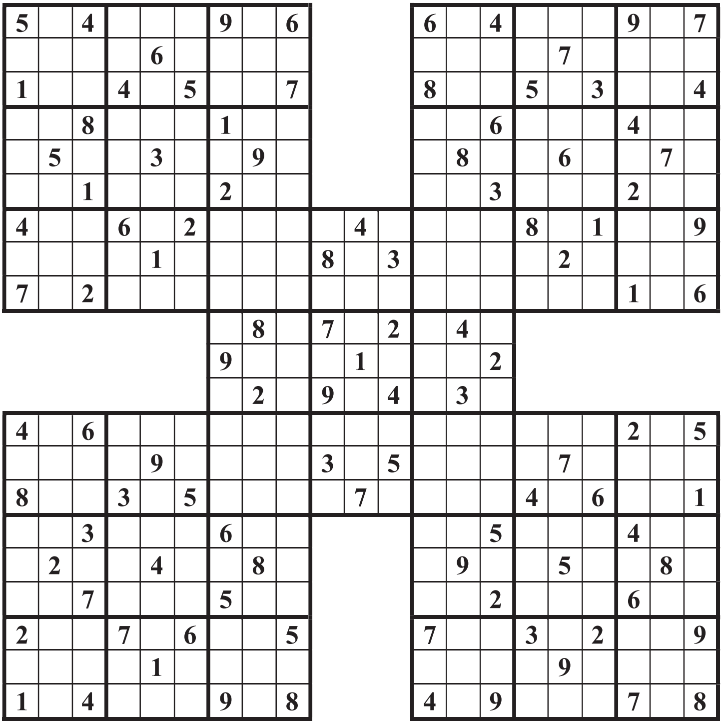
1. ábra

Ezt úgy kell kitölteni, hogy mind az öt Sudoku teljes értékű feladvány, azaz mind az öt Sudokura (a feladvány vastag vonallal keretezett 9×9-es részei) külön-külön is teljesüljenek a Sudoku feladványok szabályai. Ezen felül pedig, a középső Sudokunak mind a négy másik Sudokuval van egy közös 3×3-as része. A feladvány megoldása során külön érdemes figyelnetek a közös négyzetek helyes kitöltésére, hiszen ezeken keresztül összefügg a feladványban szereplő öt Sudoku.

A Sudoku feladványok kedvelőinek ajánlom figyelmébe a következő Sudoku feladványtípusokat:

- Eredeti 9×9-es Sudoku
- Egyszerűbb 6×6-os feladvány
- Sudoku - X: Ebben a feladványtípusban a két átlóra is teljesül a feltétel, hogy 1-9-ig mindegyik szám pontosan egyszer fordul elő benne.
- Sudoku Samurai: Ilyen a mostani feladvány
- Sudoku Samurai - X: Ez egy olyan Sudoku Samurai feladvány, amelyben mind az öt Sudoku egy Sudoku – X feladvány.

Mindegyik feladványtípus megoldási módja kicsit eltérő, így a megoldási módszer kis módosításával bármelyik feladványtípussal elboldogul az, aki az eredeti 9×9-es Sudokukat meg tudja oldani. Természetesen itt is érvényes, hogy a bonyolultabb feladványok megoldása több időt vesz igénybe.



2. ábra

A feladvány letölthető az Internetről is, a *www.mategye.hu* honlapról. A letöltés a nevezéshez használt sorszám és jelszó beírása után lehetséges. Az így letöltött, majd kinyomtatott feladványt kell kitöltés után elküldeni. A megoldást az újságban is elkészítheted, ebben az esetben másold át egy négyzethálós lapra, esetleg fénymásold ki az újságból, és küldd el címünkre! A beküldött megoldáson tüntesd fel a neved, az osztályod és a nevezéskor használt sorszámot! Csak az ezekkel az adatokkal ellátott megfejtések vesznek részt a versenyben. A megoldásodat az ugyanerre a címre küldött másik rovat megoldásával is beküldheted.

Beküldési határidő: 2024. április 16.

Beküldési cím:
MATEGYE Alapítvány
6001 Kecskemét, Pf. 585

Jó szórakozást a feladványhoz!

M A T E M A T I K A I   P R O B L É M Á K

rovatvezető: Csete Lajos

MP. 418. Jóska vett három látszólag egyforma fánkot, amelyek közül egynek a belsejében lekvár van. Jóskának van három készüléke, amelyek készen állnak a fánkok vizsgálatára, hogy meghatározzák van-e lekvár egy fánk belsejében. Az egyik készülék mindig jó választ ad arra, hogy a belehelyezett fánkban van-e lekvár vagy nincs. A másik készülék mindig rossz választ ad erre a kérdésre. Míg a harmadik készülék véletlenszerűen ad jó illetve rossz választ a kérdésre. Sajnos Jóska nem tudja a készülékeiről, hogy melyik milyen tulajdonságú. Meg tudja-e határozni Jóska a három készülékével, hogy melyik a lekváros fánk?

MP. 419. Az első 2024 darab pozitív egész számot felírták egy táblára. Majd ezekből két tetszőleges egész számot letörölték és ezek különbségét írták fel a táblára. Ezt a műveletet addig ismételték, amíg egy darab egész szám maradt a táblán. Ez a szám páros vagy páratlan?

Jó munkát kívánok!

A megoldások beküldési határideje:

2024. április 16.

Beküldési cím:

Csete Lajos 9023 Győr, Corvin u. 29. III/3.

Korábban kitűzött feladatok megoldásai

MP. 414. A nappaliban, a hálószobában és a konyhában egy-egy hőmérő van. A hálószobában mindig egy fokkal magasabb a hőmérséklet, mint a nappaliban, a konyhában pedig egy fokkal magasabb, mint a hálószobában. Peti felírta mindhárom hőmérő reggeli, délutáni és esti leolvasási adatait. Ámde pontosan az egyik számot elírta, vagyis hibásan írta le. A leírt eredményei a következők voltak valamilyen sorrendben: 17; 18; 19; 22; 25; 25; 26; 27; 27. (A fokokat Celsius-fokokban értjük.) Melyik számot írta el és mi lenne helyette a helyes szám?

Megoldás: Az egyidejűleg leolvasott három számból bármely két szám legfeljebb 2 fokkal térhet el egymástól. De a 22 legalább 3 fokkal tér el a többi számtól. Tehát a 22-es a hibásan leírt leolvasás. A 17-es hármas csak a 18-ast és a

19-est tartalmazhatja, a 27-es hármas pedig csak a 26-ost és a 25-öst. Így marad a 25 és 27, így a 26 hiányzik közéjük.

Megoldották:

Bozóki Zénó 7. osztályos tanuló (Zuglói Hajós Alfréd Általános Iskola, Budapest, XIV.),

Dervalics Anna 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg),

Dömők Dávid 6. osztályos tanuló (Kőbányai Keresztury Dezső Általános Iskola, Budapest),
Holderith Anna 8. osztályos tanuló (XVI. Kerületi Jókai Mór Általános Iskola, Budapest),

Kádár Luca 8. osztályos tanuló (Veres Péter Gimnázium, Budapest III.,),

Lénárt Kinga 6. osztályos tanuló (Premontrei Szent Norbert Gimnázium, Gödöllő),

Pocsay Bence Máté 8. osztályos tanuló (Földes Ferenc Gimnázium, Miskolc),

Sőtér Hunor Marcell 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg),

Sőtér Jázmin Sára 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg),

Zawadowski Júlia 7. osztályos tanuló (ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium).

Megjegyzés: A problémát a következő helyről vettük. Kvantik, 2022/10. 32. oldal 6. feladat, megoldása Kvantik, 2022/11. 26. oldal.
Az orosz Kvantik folyóirat a Kvant folyóirat kisebb testvére. Míg a Kvant folyóirat főleg középiskolásoknak készül, addig a Kvantik az általános iskolai tanulók számára nyújt érdekes cikkeket és feladatokat nemcsak a matematika és a fizika témájában, hanem a nyelvészettől kezdve a kémián át a tudománytörténetig számos érdekes téma is megjelenik a folyóirat számaiban. Persze nemcsak általános iskolai tanulóknak hasznos, hanem a középiskolások is találhatnak benne érdekességeket.
Sőt idősebbek is sokat tanulhatnak belőle. A számomra eddig ismeretlen sok újdonságból megemlítem például Jurij Knorozov (1922-1999) professzort, aki a maja írás megfejtője volt. Kvantik, 2018/07. 18-22. oldal. Marina Molcsanova cikke így kezdődik: „Oroszországban száz emberből kilencvenkilenc valószínűleg soha nem hallott erről az emberről.” Majd néhány sorral később: „ A távoli Mexikóban, a maják földjén Knorozovot nemzeti hősként tartják számon, és emlékműveket emeltek neki. A legutóbbit 2018 márciusában avatták fel.”
A folyóirat 2012-ben indult. Díjtalanul letölthetők a folyóirat számai a 2023/07. számig például a következő helyről: https://kvantik.com/en/archive/ Várhatóan az idő haladtával a későbbi számok is fokozatosan letölthetők lesznek.
Nagyon értékes a folyóirat, nekem nagyon tetszik. Ne aggódjunk, hogy nem tudunk oroszul, a fordítógépekkel (például https://www.deepl.com/translator) kitűnően lehet olvasni e folyóiratokat is.

MP. 415. Egy 3×3-as táblázat minden mezőjében van egy szám. Minden sorban a számok szorzata 1, és minden oszlopban a számok szorzata szintén 1. Másrészt minden 2×2-es négyzetének a mezőiben levő számok szorzata 2. Mivel egyenlő a középső mezőben levő szám, ha létezik a táblázat megfelelő kitöltése?

1.megoldás:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

A feltételeket alkalmazva:

(1) $a\cdot b\cdot c=1,\ d\cdot e\cdot f=1,\ g\cdot h\cdot i=1,\ a\cdot d\cdot g=1,\ b\cdot e\cdot h=1,\ c\cdot f\cdot i=1$

(2) $a\cdot b\cdot d\cdot e=2,\ b\cdot c\cdot e\cdot f=2,\ g\cdot h\cdot e\cdot d=2,\ e\cdot h\cdot f\cdot i=2$

Az (1)-ből összeszorozva az első három egyenlet megfelelő oldalait:

(3) $$a\cdot b\cdot c\cdot d\cdot e\cdot f\cdot h\cdot i=1$$

Vegyük figyelembe a (2) első egyenletét (3)-nál:

(4) $$2\cdot c\cdot f\cdot g\cdot h\cdot i=1$$

Az (1) harmadik egyenletét figyelembe véve:

(5) $$2\cdot c\cdot f=1$$

Ebből kapjuk, hogy

(6) $$c\cdot f=\frac{1}{2}$$

A (3) egyenletből hasonlóan kaphatjuk, hogy

(7) $$f\cdot i=\frac{1}{2}$$

Az (1) utolsó egyenletébe helyettesítsük be a (7) egyenlet jobb oldalát a megfelelő helyre

(8a) $$c\cdot f\cdot i=1$$

(8b) $$c\cdot\frac{1}{2}=1$$

Ebből kapjuk, hogy $c=2$.

Ezt visszahelyettesítve a (6)-ba kapjuk, hogy:

$$f=\frac{1}{4}$$

Ezt behelyettesítve (7)-be kapjuk, hogy $i=2$.

A (3) egyenletből (6)-hoz hasonlóan kaphatjuk, hogy

(9) $$b\cdot c=\frac{1}{2}$$

Az (1) első egyenletébe $c=2$-t helyettesítve kapjuk, hogy

(10) $$a \cdot b=\frac{1}{2}$$

A (9) és (10)-ből

(11) $$a \cdot b=b \cdot c$$

Egyszerűsítve b-vel, majd figyelembe véve, hogy $c=2$, azt kapjuk, hogy $a=2$.
Az (1) első egyenletébe helyettesítsük be az $a=2$ és a $c=2$ értékeket, így kapjuk, hogy

$$b=\frac{1}{4}$$

Majd a (2) második egyenletébe helyettesítsük be a már ismert számokat:

$$b \cdot c \cdot e \cdot f=2$$

$$\frac{1}{4} \cdot 2 \cdot e \cdot \frac{1}{4}=2$$

Ebből kapjuk, hogy $e=16$.

$$b \cdot e \cdot h=1$$

egyenletbe helyettesítsük be a már ismert számokat:

$$\frac{1}{4} \cdot 16 \cdot h=1$$

Ebből kapjuk, hogy

$$h=\frac{1}{4}$$

Majd a

$$d \cdot e \cdot f=1$$

egyenletbe behelyettesítve:

$$d \cdot 16 \cdot \frac{1}{4}=1$$

Ebből

$$d=\frac{1}{4}$$

Ezután a

$$g \cdot h \cdot i=1$$

egyenletből

$$g \cdot \frac{1}{4} \cdot 2=1$$

Innen $g=2$ következik.

A táblázat egyetlen helyes kitöltése:

2	$\frac{1}{4}$	2
$\frac{1}{4}$	16	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{4}$	2

A táblázat középső mezőjében a 16-os szám áll.

Bozóki Zénó 7. osztályos tanuló (Zuglói Hajós Alfréd Általános Iskola, Bp. XIV.) megoldása.

2.megoldás:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

(1) $a\cdot b\cdot c=1,\ d\cdot e\cdot f=1,\ g\cdot h\cdot i=1,\ a\cdot d\cdot g=1,\ b\cdot e\cdot h=1,\ c\cdot f\cdot i=1$

(2) $a\cdot b\cdot d\cdot e=2,\ b\cdot c\cdot e\cdot f=2,\ g\cdot h\cdot e\cdot d=2,\ e\cdot h\cdot f\cdot i=2$

Szorozzuk össze az utóbbi egyenletek megfelelő oldalait:

(3) $a\cdot b\cdot d\cdot e\cdot b\cdot c\cdot e\cdot f\cdot g\cdot h\cdot e\cdot d\cdot e\cdot h\cdot f\cdot i=16$

Csoportosítsuk át a szorzótényezőket az (1)-nek megfelelően:

(4) $(a\cdot b\cdot c)\cdot(d\cdot e\cdot f)\cdot(g\cdot h\cdot i)\cdot(b\cdot e\cdot h)\cdot(d\cdot e\cdot f)\cdot e=16$

Felhasználva (1)-et kapjuk, hogy:

(5) $1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot1\cdot e=16$

Tehát az $e=16$ van a középső mezőben.

A teljes táblázat:

2	$\frac{1}{4}$	2
$\frac{1}{4}$	16	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{4}$	2

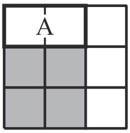
Holderith Anna 8. osztályos tanuló (XVI. Kerületi Jókai Mór Általános Iskola, Bp.) megoldása.

Megtalálta a táblázat megfelelő kitöltését, s így a középső mezőben levő 16-os számot:
Sőtér Hunor Marcell 7.osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg),
Sőtér Jázmin Sára 7.osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg).

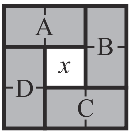
3.megoldás:

A balról az első és a második oszlopban levő számok szorzata $1\cdot1=1$. Míg a bal alsó 2×2-es négyzetben levő számok szorzata 2.

Tehát az *A* dominóban a számok szorzata $\frac{1}{2}$.



Hasonlóan a számok szorzata $\frac{1}{2}$ a *B*, *C* illetve a *D* dominóban is.



Ámde a táblázatban levő összes szám szorzata $1\cdot1\cdot1=1$. Legyen x szám a középső mezőben! Ebből következik, hogy

$$x\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=1$$

Tehát $x=16$ van a középső mezőben. (Feltéve, ha létezik a táblázat megfelelő kitöltése. Ezt pedig a mi megoldóink megmutatták.)

Megjegyzés: A problémát a következő helyről vettük: Kvantik, 2022/12. 23. oldal és a 28. oldal. Azt írják, hogy amerikai probléma volt. Oroszországban a XV. Déli Matematikaversenyen tűzték ki 7-8. osztályos tanulók számára. (adygmath.ru)
A 3. megoldás a Kvantic megoldása. Valójában a többi számot nem határozzák meg ebben a megoldásban, ezért a megoldóink megoldása a teljes megoldás.

* * * * *

„A szegény diák vacsorája” megoldása

Egész számok szorzataként a 225 az 5, 5, 3 és 3 szorzata. A lakosok vagy 3, 3 és 25 vagy 15, 15 és 1 évesek. Mindkét lehetőség fennállhatott, hisz összegük azonos, a (vélhetően a házszámmal megegyező) 31-es szám. Mivel azonban egyetlen legidősebb személy találtatott, a 3, 3, 25-ös variáns a valószínű.

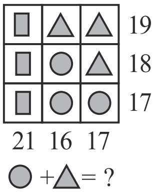
A fejtörő szövege a 18. oldalon olvasható.
Miholcsa Gyula – LABIRINTUS – Logikai és egyéb fejtörők

L O G I - S A R O K

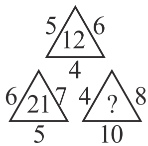
rovatvezető: Tuzson Zoltán

A kitűzött feladványok

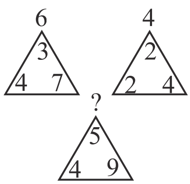
L.634. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



L.635. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



L.636. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



Jó szórakozást és hasznos időtöltést kívánunk!

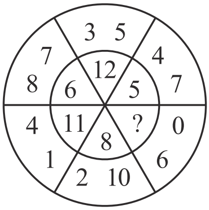
* * * * *

F I G Y E L E M !

A Logi-sarok feladatai nem szerepelnek a pontversenyben, ezért kérjük, hogy ne küldjétek be a feladatok megoldásait! A megoldások nem kerülnek értékelésre.

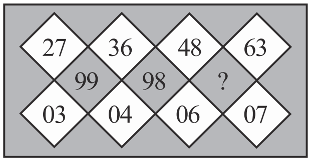
A korábban kitűzött feladványok megfejtése

L. 631. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



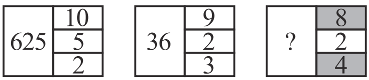
Megfejtés: Vegyük észre, hogy a szemben fekvő kőrcikkekben a 3-3 szám összege ugyanaz, tehát $?+6+0=6+8+7$, ahonnan $?=15$.

L. 632. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



Megfejtés: Vegyük észre, hogy $27:3=9$ és $36:4=9$, ezért van 99, továbbá $48:6=8$ ezért van 98, és mivel $63:7=9$, így 89 jár a kérdőjel helyére.

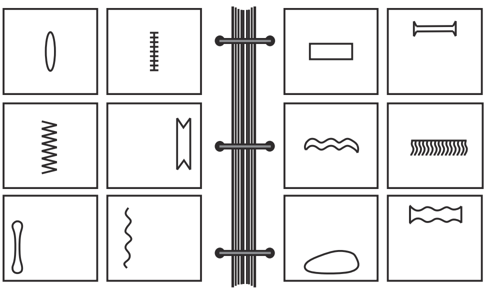
L. 633. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



Megfejtés: Vegyük észre, hogy $10\cdot5:2=25$ és a négyzeten 625, hasonlóan $9\cdot2:3=6$ és a négyzeten 36, ezért mivel $8\cdot2:4=4$ és a négyzeten 16, így $?=16$.

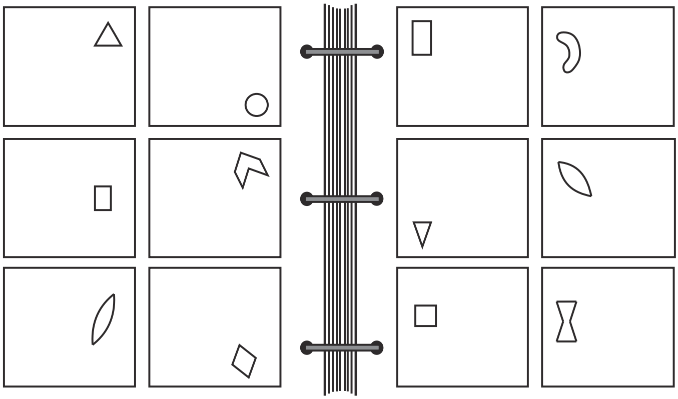
Bongard problémák

BP. 6. Miben különböznek az első csoport ábrái a második csoport ábráitól?



Megfejtés: Figyeljük meg a bal, illetve a jobb oldalon elhelyezkedő alakzatokat! Miután észrevesszük, hogy vannak domború, homorú, recés, vízszintes, függőleges alakzatok, szembetűnő, hogy bal oldali alakzatok függőleges helyzetűek, a jobb oldaliak vízszintes helyzetűek.

BP. 7. Miben különböznek az első csoport ábrái a második csoport ábráitól?



* * * * *

„Tükör” megoldása

A síktükör tulajdonképpen nem fordítja meg a jobbat a ballal, sőt, a „fent”-et sem a „lent”-tel, csupán a mi látásunk és ismereteink értékelik így a tükör műveletét. A tükör csak annyit tesz, hogy ami nekünk elöl látszik egy tárgyon, az a tükörképen hátra kerül, és fordítva, tehát a tükör csak az „elöl”-t a „hátul”-lal cseréli fel.

Mivel a jobb kéz tükörképe hasonlít a bal kézhez, amely testünk bal oldalán van, mi röviden úgy fogalmazunk, hogy a tükör a jobb kézből bal kezet csinált, azaz „megfordítja” a jobbat a ballal, holott, ezek egyáltalán nem cserélnek helyet. És ebből származik a félreértés, illetve az, hogy miért nem történik meg ugyanez a „fent” és a „lent”-tel. Azért, mert a jobb és ballal sem történt meg a csere, csupán mi értékeltük úgy.

A fejtörő szövege a 4. oldalon olvasható.

* * * * *

Négy bogár

Négy bogár, A, B, C és D egy 10 cm oldalhosszúságú négyzet négy sarkában áll. Egyszerre megindulnak: az A bogár a B felé mászik, B a C felé, C a D felé, és D az A felé. Mind a négyen állandó és egyforma sebességgel másznak minden pillanatban a kiszemelt célpont felé. Mekkora utat tesznek meg fejenként mire a kiindulási négyzet középpontjában találkoznak?

A fejtörő megoldása a 33. oldalon olvasható.

Miholcsa Gyula – LABIRINTUS – Logikai és egyéb fejtörők

MATHS

rovatvezető: Pilter Adorján

In the previous two months we looked at the last banana problem.
There were some further questions to consider.

Now, we answer these:

- Would you expect more sixes to be rolled than fives?
  The likelihood of each event is equally likely, so the probability of rolling a 1 is the same as rolling a 2, and so on. So, we expect the same number of fives as sixes. Of course, this is the theory. In any experiment, the actual numbers may vary.
- How about more sixes than threes?
  See the answer above.
- If you were to play the game 60 times, how many fives would you expect to see?

  In each roll the probability of a 5 is $\frac{1}{6}$. So, in 60 rolls, we expect to see

  $60\cdot\frac{1}{6}=10$ fives.
- Would it be normal to roll 15 sixes?
  Based on this expectation, the number of sixes in 60 rolls is about 10. The actual values would cluster around 10 depending on the experiment. So, 11 sixes would be highly likely, but frequencies of sixes farther away from 10 would be less likely. This way it wouldn't be normal to roll 15 sixes if you were to play the game 60 times.

This month we are going to familiarize ourselves with Vedic squares. Vedic squares are multiplication tables where rows and columns are numbered from 1 to 9. Then for each cell we multiply row number by the column number. Finally, we only write 1 single digit number into the table. So, if the result is greater than 9 then we add the digits together.
For example, $1\cdot 3$ is 3 so we write 3 into row 1, column 3. On the other hand, $2\cdot 5$ is 10, and it's bigger than 9, so we add the digits, $1+0=1$, and we write 1 into row 2, column 5. Finally, $4\cdot 8$ is 32. It is also bigger than 9, so we add the digits, $3+2=5$.
We write 5 into row 4 and column 8. Some cells are filled as examples in the table. (The calculations above are highlighted in the table below.)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	1				
3									
4								5	
5									
6									
7									
8									
9									

Can you please try to fill the remaining cells?
Then next month, we will take a look at what connections these Vedic squares have with art.

Your working can be sent to:

abacus@mategye.t-online.hu
Please write "MATHS" into the subject field.

* * * * *

„Négy bogár” megoldása

10 cm-t.

Ha az asztalról nézzük, akkor a bogarak a mozgásuk során négy egybevágó csigavonalat (logaritmikus spirált) írnak le. Ennek hosszát csak felsőbb matematikai módszerekkel lehet meghatározni.

Egyszerűbben. Figyeljük meg a bogarak mozgását egyik bogárhoz viszonyítva, mondjuk az A bogár hátáról. Akkor számunkra ez a bogár áll egy helyben és a többi bogár lassan közeledik. Az, amelyik éppen felénk jön (a D bogár), a mi szemszögünkből nézve (látszólagosan) egyenesen fog mozogni, pontosan felénk, és megtesz 10 cm utat, t=10 cm/v idő alatt, ahol v a bogár sebessége.

Térjünk vissza az asztalra. Ennyi idő alatt a mi bogarunk is (amelyik szemszögéből néztünk) $d=v\cdot t=v\cdot 10/v=10$ cm utat fog megtenni. Az igaz, hogy ez görbe útvonal lesz, de a hossza ennyi, hiszen a bogár mindvégig a saját, állandó sebességével haladt.

Másképpen: egy-egy pár (mondjuk A és B) elmozdulásai minden időpillanatban merőlegesek egymásra, ezért az egy bogár által megtett út hossza megegyezik az először mért kiindulási távolsággal, vagyis 10 cm.

A fejtörő szövege a 31. oldalon olvasható.
Miholcsa Gyula – LABIRINTUS – Logikai és egyéb fejtörők

M A T H E M A T I K

rovatvezető: Nagy Barbara

Den 14. März schreibt man in Ungarn auch in der Form:
03.14.

Die Kreiszahl Pi beginnt mit:
3,14

Deswegen ist der 14. März der internationale Tag der Mathematik.
Zu diesem Anlass könnt ihr in diesem Monat ein Gedicht über Pi lesen:

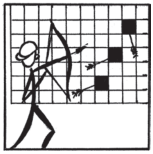
Der Pi-Freund

Ein Mensch, der gerne Zahlen lernt,
trifft einen, der von Pi sehr schwärmt,
und hört von ihm, wie rein und klar,
wie schön, phantastisch, wunderbar,
wie herrlich dieses Pi doch sei –
und schon sind der Verehrer zwei.

Die wollen gleich - aus diesen Gründen –
den Menschen die Zahl Pi verkünden.
So gehn sie in die Welt hinaus
und - krieg' n erstaunlich viel Applaus,
sodass - was anfangs kaum wer weiß –
zieht einen immer größer' n Kreis.

Doch bald schon wird die Zahl zum Wahn
und steckt die ganze Menschheit an.
Ein jeder lernt und rezitiert,
vom König bis zum Schankenwirt.
Der Geist von Pi - in seiner Hast –
hat flugs die ganze Welt erfasst.

Den Grund dafür errät ihr nie;
Er heißt: Virus abstrusum pi.
(Eugen Roth)



L O G I G R A F I K A

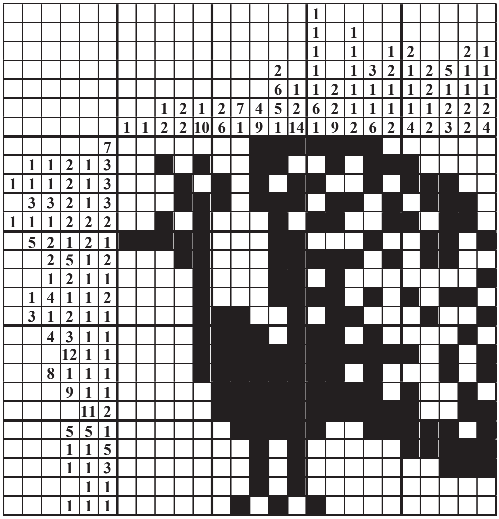
rovatvezető: Pusztai Ágota

Először nézzük meg az előző havi feladvány megoldását! A jól színezett képen egy páva látható (1. ábra). A 2. ábrán az idei pontverseny utolsó feladványát látjátok, amelynek megoldását a korábbiakban megadott módon várjuk a szerkesztőség címére.

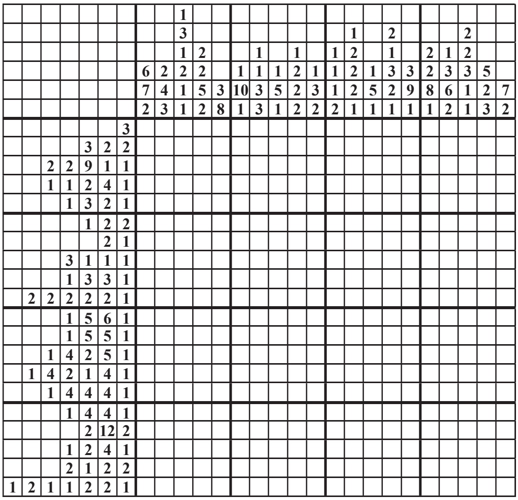
Utolsó figyelmeztetés: aki nem az eredeti megoldását küldi be, hanem egy tisztázott, átmásolt változatot, az fokozott figyelmet fordítson arra, hogy minden kis négyzet megfelelően legyen színezve! Már egy négyzet tévesztése is pontvesztéssel jár, még akkor is, ha ez egyértelműen csak figyelmetlenségből történt! Ne felejtsétek, a legügyesebb logigrafikások a tanév végén jutalmat kapnak!

A logigrafika ábrája letölthető a www.mategye.hu honlapról. Ez a nevezéshez használt sorszámmal és jelszóval lehetséges. A megoldásra írd rá neved, osztályod és a nevezéskor használt négyjegyű sorszámodat. Az elkészített megoldást zárt borítékban küldd el az alábbi címre:

ABACUS Logigrafika
1437 Budapest, Pf. 774



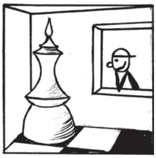
1. ábra



2. ábra

Beküldési határidő: 2024. április 16.

Jó szórakozást a feladványhoz!



S A K K - S A R O K

rovatvezető: Karácsonyi Kata

A mostani, illetve a következő rovatban a profilaxisról lesz szó, ami gyakran nagyon fontos része a sakkpartinak. Remélem, hasznosnak találjátok, és alkalmazni is tudjátok majd.

A profilaxis – vagyis megelőzés - alaptételeit Aaron Nimzovics fogalmazta meg először a "Mein system" című művében. Nimzovics így definiálta a profilaxist: "olyan intézkedés, ami avval a céllal történik, hogy megakadályozzunk valamit, ami nem kívánatos egy adott helyzetben". Vagyis egyszerűbben mondva: megakadályozni, megelőzni valamit, amit az ellenfél akar.
A profilaxis egy másféle megfogalmazása: a profilaxis előre elveszi valamilyen kényszerítő lépés kényszerítő erejét. (ez ugyan nem minden megelőzésre igaz, mert ez a téma ennél összetettebb, de kiinduló definíciónak nagyon jó). Mindezen túl, valamilyen konkrét fenyegetés (kényszerítő lépés) megelőzésén túl általánosságban is nagyon hasznos az úgynevezett profilaktikus gondolkodásmód. Vagyis valamilyen hosszútávú terv, fenyegetés, ellenjáték megelőzéséről, megakadályozásáról van szó.

Arthur Juszupovtól olvastam az alábbiakat: "Amikor nyerve vagyok, mindig azon gondolkozom, hogy vajon miben reménykedik az ellenfél, milyen terve lehet?" Ez a gondolat elég jól leírja, hogy mit is jelent a profilaktikus gondolkodásmód: állandóan (és nem csak nyert állásban!) érdemes feltenni azt az alapkérdést, hogy vajon mit is akar az ellenfél? Ez néha nyilvánvaló, olykor viszont komolyan oda kell figyelni ahhoz, hogy rájöjjünk a másik fél rejtett elképzelésére. A nyilvánvaló fenyegetéseket persze könnyen észreveszi az ember, ám a rejtett, főleg hosszútávú tervek feltérképezéséhez már az kell, hogy kifejezetten odafigyeljünk erre.

A profilaktikus gondolkodásmódra való "átállást" ahhoz tudnám hasonlítani, mint ami a lépéskényszer észrevételéhez szükséges: ott sem az a lényeges, hogy ÉN mit akarok/tudok tenni, hanem az, hogy az ELLENFÉLNEK milyen lehetőségei, lépései, tervei vannak egy adott állásban!
Ez a szokásoshoz képest "fordított" gondolkodást jelent, ami egyáltalán nem természetes a sakkozók többsége számára – hanem meg kell tanulni! A jó hír az, hogy ez gyakorlással és a különféle profilaktikus módszerek megismerésével lehetséges.

Az eddig leírtakból talán azt a téves következtetést szűrhetik le néhányan, hogy a profilaxis kifejezetten védekező módszer - pedig ez nem így van! Ugyanis a

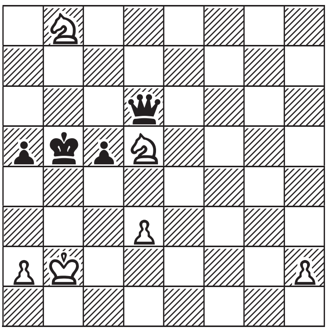
profilaxis támadásnál és védekezésnél egyaránt alkalmazható, továbbá a játszma bármelyik szakaszában: megnyitásban, középjátékban, végjátékban.
Az alapkérdés tisztázása után ("Mit akar az ellenfél?") a következő lépcsőfok azt megvizsgálni, hogy mit tudok ez ellen tenni? Ha erre megtaláltuk a jó választ (mármint ha egyáltalán van ilyen az adott állásban), akkor lehet a profilaxist alkalmazni.

További lényeges szempont, amin sokszor érdemes elgondolkozni, hogy egy bizonyos állásban van-e az ellenfélnek hasznos lépése? Ha nincs, nekünk viszont igen, akkor valamilyen konkrét akció elindítása előtt érdemes valamennyi olyan előkészítő lépést megtennünk, ami később hasznos lehet (például kinyitni az alapsort, hogy egy gyakori lehetőséget említsek).

Ha saját tervet (fenyegetést) szeretnénk megvalósítani egy adott állásban, de az még valamilyen ellenlépés miatt nem megy, akkor érdemes azon elgondolkozni, vajon meg lehet-e úgy változtatni az állást, hogy az a bizonyos ellenlépés már ne legyen hatásos.

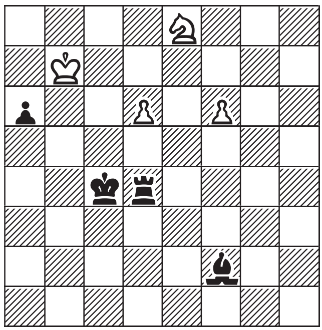
Példaként hozom fel Anatolij Karpov exvilágbajnok játékstílusát: őróla írták le sokszor, sokan, hogy olyan a játéka, mint az óriáskígyóé: körülfogja az ellenfelet, és nem hagyja moccanni sem. Karpov egész pályafutása során kiemelkedő hatékonysággal és művészi szinten alkalmazta a profilaktikus stílust, az ellenfelei sokszor csak azt érzékelték, hogy sehogysem tudnak játékhoz jutni.

Feladványok



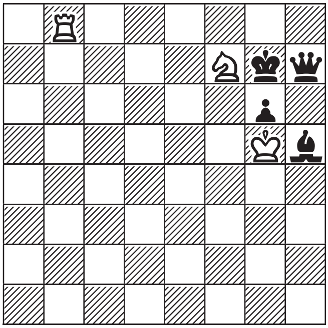
***

1. feladvány: Világos indul és döntetlent ér el!



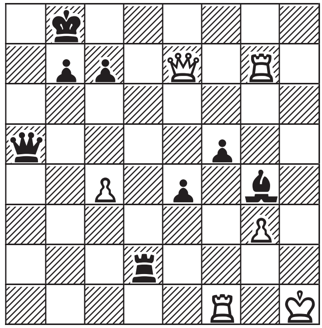
****

2. feladvány: Összetett feladat, ahol szintén döntetlen a cél. Világos lép!



*****

3. feladvány: Ez nem egy egyszerű tanulmány, de egy szép motívummal a végén világos meg tudja menteni a partit. Fehér lép és döntetlen! (Feketével is találjuk meg a legjobb folytatást!)



*****

4. feladvány: Szintén egy nehéz feladvány, bár nem nagy titok, hogy a végső célunk egy patt elérése. Világos lép!

A februári feladványok megfejtései

Az első feladvány: 1.Vc6+ Kxc6 2.Fe8#

A második feladvány: 1.cxd7+ Kxf8 2.Hg6+ Kxf7 3.h8=H#

A harmadik feladvány: 1.He7+ Fxe7 [1...Kh8 2.Vxh7+ Kxh7 3.Bh5#] 2.Vxh7+ Kxh7 3.Bh5+ Kg8 4.Bh8#

A negyedik feladvány: 1.Fa4+ Kc4 [1...Kxa4 2.Hc3+ Kb3 3.Hd2#] 2.b3+ Kd3 3.Fb5+ Ke4 4.Bg4+ Bf4 [4...Kf5 5.He3#] 5.Bxf4#

A megoldások beküldési határideje:
2024. április 16.

Beküldési cím:
ABACUS Sakk
1437 Budapest, Pf. 774

Kérjük, a borítékra írjátok rá „Sakk-sarok“!

F I Z I K A R O V A T

rovatvezető: Szatmáry Zsolt

A kitűzött feladatok

866. (*kísérleti feladat*) Vizsgáljuk meg a műanyagvonalzó lehajlását! (Lehajlás: a vonalzó végének a vízszintes helyzettől, függőlegesen lefelé mért távolsága.) Fogjuk be egy műanyagvonalzó egyik végét asztal szélén vastag könyvek alá. A végére akasszunk változtatható terhelést. (Én – a fényképen látható módon – gyufásskatulyába kétszázforintosokat helyeztem, melyek darabja 9 gramm. Ezeknek ismert súlya volt a terhelőerő.) Vizsgáljuk kétféleképpen meg a vonalzó lehajlását: 1. adott hosszúság mellett növeljük a terhelést (pl. a pénzdarabok számának növelésével); 2. adott terhelés esetén változtassuk a vonalzó szabadon lévő hosszát. Mindkét esetben legalább tíz mérést végezzünk, és mérési eredményeinket foglaljuk táblázatba. Készítsük el az 1. mérés esetén a lehajlás-terhelőerő, illetve 2. mérés esetén a lehajlás-hosszúság grafikonokat!

Szatmáry Zsolt

867. (*7.*) Artúrék légpárnás asztalon kísérleteznek. Egyik kísérletben a 200 g, illetve 500 g tömegű korongokat egymás felé lökték 5 m/s, illetve 1 m/s sebességgel. Ütközésük után a korongok szétpattannak, ellenkező irányba mozognak. Mekkora lett a nehezebb korong sebessége, ha a könnyebb korong sebessége 3 m/s lett? A másik kísérletben ugyanilyen módon indítják a korongokat, de most apró mágnest szereltek rájuk, így a korongok az ütközés után összetapadtak. Most mekkora lett a sebességük? Melyik kísérletben „veszett el" több mozgási energia?

Szatmáry Zsolt

868. (*7., 8.*) Hókotróval takarítják le az utat. A hókotró előtt egyre nagyobb mennyiségű hó gyűlik össze, ezért egyre nagyobb vízszintes irányú erővel kell tolnia a havat. A hókotrást 120 méteres szakaszonként végzi, és ekkor a felgyűlt havat kifordítja az út szélére, és így újra üres lesz a kotrófelület.

Az egyenletes mozgáshoz szükséges tolóerő kezdetben 1000 N-os, és méterenként 100 N-nal növekszik, ahogy gyűlik fel a hó. Mekkora munkát végzett a hókotró egy 1200 méteres utcán végighaladva, ha végig állandó 1,5 m/s sebességgel haladt? Mekkora volt a hókotró átlagteljesítménye?

Szatmáry Zsolt

869. (*8.*) Simon kapott az Egyesült Államokban élő nagybátyjától egy 40 dolláros vízforralót, melynek dobozán olvashatók a mellékelt adatok. Sajnos a rokonok nem néztek utána, és nem tudták, hogy a két ország elektromos rendszere különböző. Simon jól tud angolul, és nagyon szeret elektromos dolgokkal kísérletezni, így megpróbálja Magyarországon használni. Ezért egy transzformátort készít. A műhelyében talál egy 2760 menetes tekercset. Mekkora legyen a másik tekercs menetszáma? Mekkora lesz a két körben az áramerősség használatkor, ha a transzformátora lényegében veszteségmentesnek tekinthető?

Specifications

Auto-off	Yes
Color	Gray
Cord Storage	Yes
Dimensions	9.5"H × 8.5"W
Filter	Yes
Number of Cups	7 Cups
Volts	120V
Warranty	2 Year Limited
Water-level Indicator	Yes
Wattage	1500W

Szatmáry Zsolt

870. (*8.*) Léna 5 dioptriás nagyítóján keresztül nézve a számológépét, attól 10 cm-re tartva a nagyítót, kétszeres nagyítású képét látja. Milyen képet lát? Milyen messze kellene tennie a nagyítót a géptől, hogy egy másik, szintén kétszeres nagyítású kép jöjjön létre? Milyen kép lenne ez? Mekkora lenne ekkor a képtávolság?

Szatmáry Zsolt

Beküldési határidő:
2024. április 16.

Beküldési cím:
ABACUS Fizika
1437 Budapest, Pf. 774

Korábban kitűzött feladatok megoldásai

856. (*mérési/kifejtős feladat*) Rögzítsünk egy kis lyukba szívószálat egy műanyag palack aljához közel, ha lehet vízszintesen. (Ha szükséges ragasztóval tegyünk tömítést a szívószál köré, hogy ne eresszen a lyuknál.) Tegyünk a palackra két jelet filctollal, egyet a nyakához közel, egyet a cső bevezetésétől 1-2 cm-rel magasabbra. Vizsgáljuk meg, hogyan függ a szívószál hosszától a víz kifolyási ideje. Mindig a jeltől jelig mérjünk. Végezzük el a mérést ahányszor lehet, centiméterenként egyre rövidebbre vágva ollóval szívószálat. Végezzük el a kísérletet kétféle vastagságú szívószállal. Ábrázoljuk grafikonon a kapott értékeket mindkét szívószálra! Foglaljuk össze tapasztalatainkat. Keressünk magyarázatot!

Szatmáry Zsolt

Megoldás: Ebben a hónapban is szép számmal érkeztek megoldások, köztük jó pár nagyszerűen kivitelezett kísérletről számolt be. Ezúttal Tőzsér Zsuzsa 7. osztályos tanuló (Fasori Evangélikus Gimnázium, Budapest) által beküldöttek alapján készült megoldást közlünk.

<u>Méréshez használt eszközök:</u> 2 db műanyag palack, 1 db vastag, illetve vékony szívószál, olló, ragasztópisztoly, tölcsér az újratöltéshez, felfogóedény.

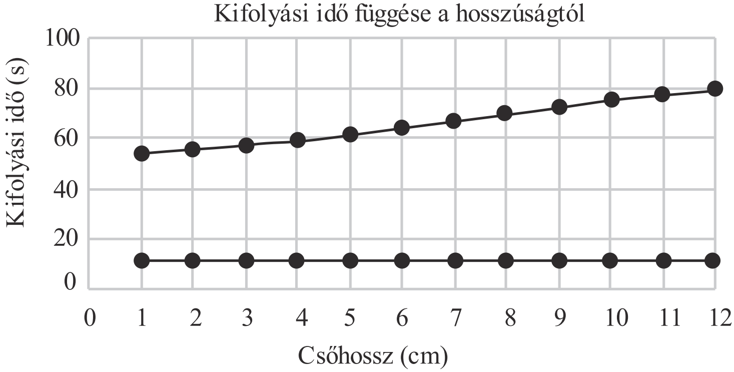
<u>A mérés menete</u>: a képen is látható módon rögzítettem a palackokban szívószálakat. A palackokból mindig a két jel között hagytam kifolyni vizet, közben megmértem a kifolyási időt. A szívószálakról minden alkalommal egy centimétert vágtam le. A mérési eredményekről táblázatot, majd ezek alapján grafikonokat készítettem.

	Kifolyási idő (s)	
Szívószál hossza (cm)	**Vékony szívószál**	**Vastag szívószál**
1	54,24	11,61
2	56,34	11,7
3	57,63	11,8
4	58,89	11,86
5	61,83	12,05
6	64,19	12,23
7	66,78	12,29
8	69,92	12,67
9	72,82	12,77
10	75,72	13,01
11	77,55	13,17
12	80,18	13,68

<u>Tapasztalatok</u>: a grafikonok alapján elmondható, hogy a vastagabb szívószálon, ugyanolyan hosszúság esetén gyorsabban ürült ki a palack. Mindkét szívószál esetén azt tapasztaltam, hogy rövidebb hossz esetén a kifolyási idő is rövidebb lett. A vékony szívószál esetén a kifolyási idő rövidülése sokkal nagyobb mértékben volt tapasztalható, a vastagabb esetén ez minimálisnak mondható.

<u>Magyarázat</u>: 1. minél nagyobb keresztmetszetű a cső, annál nagyobb mennyiségű

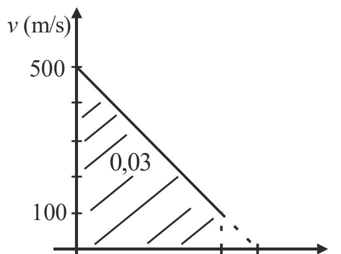
folyadék tud időegység alatt kifolyni a csőből. 2. minél hosszabb volt a cső, annál jelentősebb volt a folyadék súrlódása a csőben, hiszen hosszabb utat kellett a víznek benne megtenni. 3. a vastagabb csőben kevésbé tudta lassítani a kiáramló folyadékot a folyadék súrlódása.



862. (*7.*) Egy 1800 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladó igen kicsiny (pontszerűnek tekinthető) lövedék 3 cm vastag deszkán áthaladva 360 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességre lassul le egyenletesen. Legalább hány milliméter vastag (ugyanilyen anyagú) deszka kellene ahhoz, hogy abban megálljon?

Szatmáry Zsolt

Megoldás: Készítsük el a lövedék sebesség-idő grafikonját! Ez alapján számoljuk ki, hogy mennyi idő alatt halad keresztül a lövedék a deszkán! A grafikon alatti terület mérőszáma megadja a megtett utat. A mértékegységeket egyeztetve felírható: $0{,}03 = \frac{500+100}{2} \cdot t_1$. Ebből $t_1 = 0{,}0001$ s adódik. Ebből ki tudjuk számolni a gyorsulást: $a = \frac{100-500}{0{,}0001} = -4\,000\,000\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Ezzel

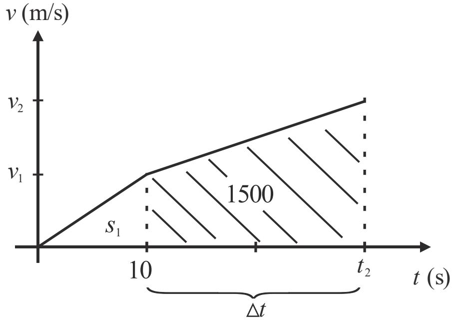


ki tudjuk számolni, hogy 500 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$-ról mennyi idő alatt állna meg a lövedék: $-4\,000\,000 = \frac{0-500}{t_2}$. Innen $t_2 = 0{,}000125$ s. Ezalatt $\frac{500 \cdot 0{,}000125}{2} = 0{,}03125$ m adódik. Tehát legalább 31,25 mm vastag deszka elég.

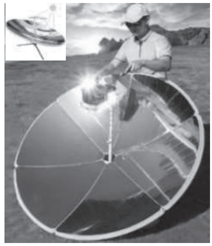
863. (*7., 8.*) Mágneses lebegtetésű (maglev), 20 tonnás szerelvényt vízszintes tesztpályán, amelyen a súrlódás elhanyagolható, állóhelyből indítva 100 000 N erővel gyorsítják 10 másodpercen keresztül, majd a gyorsító erőt lecsökkentik 50 000 N-ra, és ezzel még további 1500 méter úton gyorsítják a vonatot. Mekkora lett a végsebessége, és mennyi ideig tartott összesen a gyorsítás? Mekkora munkát végzett a gyorsító erő a teljes gyorsítás alatt? (A közegellenállást elhanyagolhatjuk.)

Szatmáry Zsolt

Megoldás: Számoljuk ki Newton II. törvényének felhasználásával a vonat gyorsulását: $a_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{100000}{20000} = 5\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Ezzel ki tudjuk számolni az első szakasz végére elért sebességet: $v_1 = a_1 \cdot t_1 + v_0 = 5 \cdot 10 + 0 = 50\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Megtett út egyenlő a grafikon alatti területtel: $s_1 = \frac{50 \cdot 10}{2} = 250$ m. A második szakaszon nagyon bonyolult lenne a grafikon alatti területtel kiszámolni a végsebességet, ezért használjuk inkább a munkatételt, amely kimondja, hogy a vonat mozgási energiája pont annyit nő, mint amennyi munkát végzett rajta a gyorsítóerő. Azaz: $F_2 \cdot s_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2$. Ebbe behelyettesítve kapjuk: $50\,000 \cdot 1500 = \frac{1}{2} \cdot 20\,000 \cdot v_2^2 - \frac{1}{2} \cdot 20\,000 \cdot 50^2$. Ebből $v_2^2 = 10\,000$ adódik. Azaz a végsebesség, $v_2 = 100\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$.



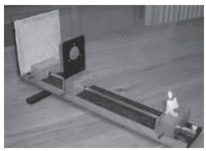
Mostmár ki tudjuk számolni a második gyorsítás idejét a grafikon alatti terület segítségével: $1500 = \frac{50 + 100}{2} \cdot \Delta t$, ebből $\Delta t = 20$ s, tehát a $t_2 = 30$ s, azaz 30 másodpercig tartott a gyorsítás. Maradt a végzett munka kiszámolása. Kétféleképpen is megkaphatjuk. Egyik lehetőség, hogy a két szakaszon külön-külön kiszámítjuk a munkát, és azokat összeadjuk. $W = F_1 \cdot s_1 + F_2 \cdot s_2 = 100\,000 \cdot 250 + 50\,000 \cdot 1500 = 100\,\text{MJ}$. Vagy kiszámíthatjuk a legvégén meglévő mozgási energiát, ami a teljes végzett munkával kell, hogy megegyezzen. Ezt az olvasóra bízzuk.



864. (*8*) Egy külföldi webáruházban kapható napenergiát hasznosító, kicsire összecsukható főzőberendezés, melyet hegymászók, túrázók nagyszerűen használhatnak. De olyan országokban is nagy szükség lehet ilyen vagy ehhez hasonló eszközre, ahol nincs elektromosáram-szolgáltatás. A leírásában szerepel, hogy a parabolatükör átmérője 180 cm, és merőleges beállításnál a rá eső napsugárzás energiáját gyűjti össze a jól elnyelő, feketére festett, 25 dkg tömegű alumínium lábosra. A leírás tanúsága szerint 2 perc alatt lehet ezzel a berendezéssel fél liter vizet 5°C-ról 95°C-ra felmelegíteni. Becsüljük meg ezekből az adatokból a berendezés hatásfokát! Tegyük fel, hogy a melegítés kezdetén a lábos is 5°C-os, és a melegítés közben lényegében nem ad le a környezetének hőt, mert a lábos körül a hőmérséklet igen magas, 130°C. A napsugárzás teljesítménye szép napos időben a merőleges felületekre átlagosan 800 W/m^2. A víz fajhője 4200 J/(kg·°C), az alumíniumé 900 J/(kg·°C). (A sugárzás szempontjából a parabolatükör felülete megegyezik a merőleges helyzetben a kör területével.)

Szatmáry Zsolt

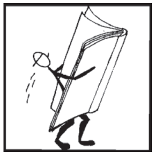
Megoldás: Elsőként számoljuk ki a berendezésre érkező napsugárzás teljesítményét! Ehhez ki kell számolnunk a kör területét, majd meg kell szorozni a (merőleges) felületet érő napsugárzás teljesítmény értékével. $r^2 \cdot \pi \cdot P_1 = 0{,}9^2 \cdot \pi \cdot 800 \approx 2036$ W . Ez két perc alatt $2036 \cdot 120 = 244\,320$ J energiát jelent. Számoljuk ki, mennyi hő kell a lábos és a víz felmelegítéséhet: $900 \cdot 0{,}25 \cdot 90 + 4200 \cdot 0{,}5 \cdot 90 = 209\,250$ J! Felhasználtuk, hogy a víz sűrűsége 1 kg/liter. Ezek alapján a hatásfok: $\eta = \dfrac{209\,250}{244\,320} = 0{,}856 \approx 86\%$.



865. (*8.*) Optikai padon az ernyőt és a gyertyát egymástól 1 méter távolságban rögzítjük. Mozgatva egy gyűjtőlencsét az ernyő és a gyertya között, két helyen sikerül a gyertya éles képét létrehozni az ernyőn. A két helyzet egymástól 20 cm-re van. Mekkora a lencse fókusztávolsága? Mekkora a két esetben a nagyítás?

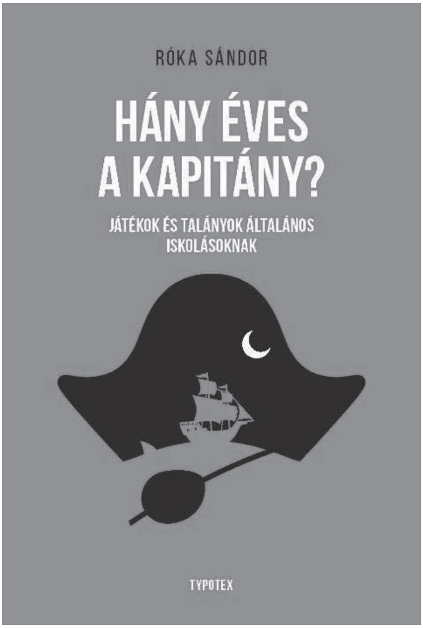
Szatmáry Zsolt

Megoldás: Alaposan szemügyre véve a leképezési törvényt, láthatjuk, hogy k-ra és t-re szimmetrikus, azaz adott fókusztávolság esetén az összetartozó képtávolság és a tárgytávolság értékek felcserélhetők, ugyanaz az eredmény adódik. Vagyis az egyik keletkező képnél a tárgytávolságnak meg kell egyeznie a másik képnél a képtávolsággal. Tehát a két helyzet a gyertyától, illetve az ernyőtől 40-40 cm-re van, hiszen a köztük lévő távolság 20 cm. Ebből kiszámolható, hogy az egyik esetben a $t = 40$ cm és $k = 60$ cm, a másik esetben éppen fordítva. Így felírva a leképezési törvényt: $\frac{1}{f} = \frac{1}{40} + \frac{1}{60} \Rightarrow f = \frac{40 \cdot 60}{40 + 60} = 24$cm. A két nagyítás pedig $\frac{2}{3}$, illetve $\frac{3}{2}$.



K Ö N Y V A J Á N L Ó

Róka Sándor: Hány éves a kapitány?
Játékok és talányok általános iskolásoknak



A Fekete Kalóz néven elhíresült kalózkapitány egyik sikeres kalandja után kiszámíttatta saját maga és kisfia életkorának, valamint hajója hosszának a szorzatát. Az eredmény 26 159 lett, amelyet mint szerencseszámot egy medálra vésetett és mindig a nyakában hordott. Hány éves a kapitány? (A hajóhosszt méterekben mérték, és a mérőszám egész szám!)

Te vezeted az utasszállító repülőt. Budapesten felszáll 11 utas. Bécsben leszáll 5 és felszáll 9. Párizsban 1 kivételével mindenki leszáll. Hány éves a kapitány?

Közel 600 jobbnál jobb feladat várja e könyvben a gondolkodni szerető gyerekeket. Róka Sándor a 10–14 éveseknek szóló *Abacus* c. matematikai lapok alapítója, és éveken át szerkesztője. Szakkört vezet gyerekeknek, és a szakköri munkához kapcsolódóan már több könyve megjelent.

A könyvesboltokban 3400 Ft-ért kapható, webshopunkban (www.typotex.hu) és az alábbi boltjainkban pedig 25% kedvezménnyel vásárolható meg a többi kiadványunkkal együtt.

Olvasók boltja
1136 Budapest, Pannónia u. 35-37.
www.olvasokboltja.hu

Typotex Kiadó
1024 Bp., Fillér utca 9-11.
www.typotex.hu

ELTE TTK-n lévő pultunk
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/a

TYPOTEX

K Ö N Y V A J Á N L Ó

Kedves Olvasó! A MATEGYE Alapítvány az alábbi kiadványokat szeretné a figyelmébe ajánlani.

Zrínyi 2019	1900 Ft
Zrínyi 2020	2500 Ft
Zrínyi 2021	2500 Ft
Zrínyi 2022	3000 Ft
Tanárverseny 2004-2013	1600 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 3. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 4. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 5. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 6. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 7. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 8. osztály	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2007-2008.	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2009-2010.	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2011	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2012	1700 Ft
Zrínyi 2013 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2014 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2016 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2017 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2018 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2019 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2020 (9-12. osztály)	2000 Ft
Zrínyi 2021 (9-12. osztály)	2000 Ft
Zrínyi 2022 (9-12. osztály)	2500 Ft
Fizika az Abacusban	2500 Ft
Bátaszéki Matematikaverseny 2008-2016	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2000-2004	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2005-2009	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2010-2014	2500 Ft
Hibás feladatmegoldások az ált. isk.-ban – Orosz Gyula	1900 Ft
Gordiusz csomag (Gordiusz 2009-2010., 2011., 2012. évi könyvek)	4000 Ft
KMF csomag 2001-2010. évi versenyfeladatok (3., 4., 5., 6., 7., 8. osztály)	7000 Ft

A kiadványok az alábbi elérhetőségeken rendelhetők meg:

Tel.: 76/483-047 E-mail: **mategye@mategye.t-online.hu**