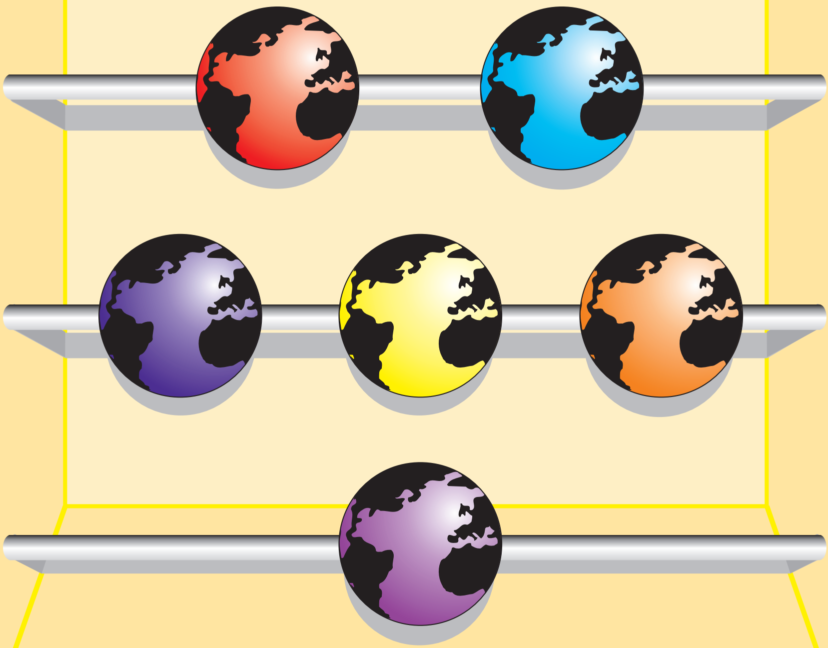
ABACUS

MATEMATIKAI LAPOK 10–14 ÉVESEKNEK



2024. február

ABACUS, matematikai lapok 10–14 éveseknek
a Bolyai János Matematikai Társulat és
a Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány folyóirata
Alapította: Róka Sándor 1994-ben.

30. évfolyam 6. szám 2024. február

Megjelenik szeptembertől áprilisig havonta 44 oldalon.

A lap támogatói:

Fakopáncs bolt

A főszerkesztő postacíme: 1437 Budapest, Pf. 774
A lap internet címe: www.mategye.hu
A lap (főszerkesztő) e-mail címe: abacusujsag@gmail.com

Címlap: Szepessy Béla grafikusművész és Nagy Attila grafikus
Piktogramok: Váradi Kata
Rajzok: Rigóné Tuska Henriett

Kiadja: Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány
Felelős kiadó: Csordás Mihály
Műszaki szerkesztő: Rigóné Tuska Henriett

ISSN 1219–2597

A lap megrendelhető: MATEGYE Alapítvány 6001 Kecskemét, Pf. 585
Tel.: 76/483-047 E-mail: abacus@mategye.t-online.hu
Adószám: 19047441-2-03

A lap előfizetési díja a 2023/2024-es tanévre 10 000 Ft, ami tartalmazza a postaköltséget, és a pontversenyek nevezési díját is.

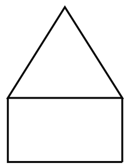
L U R K Ó - L O G I K A

rovatvezető: Bagota Mónika

„Ha valaki egyszer megízleli a matematika örömét, nem fogja egykönnyen elfelejteni.” (Pólya György)

„Amikor a felnőttek sétálni mentek, pingpongoztak vagy kávéztak, és minden elcsendesedett, odalopóztam az asztalhoz, hogy megnézzem, mi is az a "felsőbb matematika", vagyis, hogy mi áll azokban a feljegyzésekben, amelyek az asztalon hevernek. Teljesen megdöbbentem, amikor először megláttam munkájuk eredményét: furcsa betűk, számok, jelek, nyilak, csomó firkálmány... Semmi kétségem sem volt afelől, hogy a természet törvényei ezen a titokzatos nyelven íródtak.” (Pach János)

Feladatok csak 3. osztályos tanulóknak



A.1547. Az ábrán látható alakzat egy szabályos háromszögből és egy téglalapból épült fel. Mindkét síkidomnak ugyanannyi a kerülete. A szabályos háromszög kerülete 30 cm. Milyen hosszúak a téglalap oldalai?

A.1548. Mici felírta mindegyik barátnőjéről, hogy hányadik hónap hányadik napján van a születésnapja. Észrevette, hogy mindegyiküknél a két felírt szám összege 37. Legfeljebb hány barátnője lehet Micinek, ha minden barátnőjének más időpontban van a születésnapja?

Feladatok 3. és 4. osztályos tanulóknak

A.1549. Gombóc Artúr a múlt héten speciális módon ette a csokoládét. Hétfőtől kezdődően minden nap annyi tábla csokoládét fogyasztott el, mint az azt megelőző két napon összesen. Artúr vasárnap 50, szombaton pedig 31 tábla csokoládét evett meg. Hány tábla csokoládét evett Gombóc Artúr az elmúlt héten?

A.1550. Tréfi órája hol előre, hol visszafelé jár ugyanazzal a sebességgel. Legutóbb délelőtt 9:25 perckor (ami ekkor a pontos idő volt) kezdett el visszafelé járni egészen addig, amíg ugyanezen a napon 22:50-kor Tréfi észre nem vette ezt. Mennyit mutatott ekkor Tréfi órája?

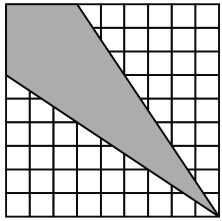
A.1551. Az ábrán látható táblázatban az egyforma jelek egyforma számokat jelölnek. Adottak a sorokban, illetve az oszlopokban lévő számok összegei is. Melyik jel melyik számot jelöli?

○	■	○	14
■	○	❋	12
■	❋	○	12
13	12	13	

Feladatok csak 4. osztályos tanulóknak

A.1552. Az állatkert négy majma Csita, Hami, Koko és Hópihe együtt 67 banánt evett meg. Mindegyikük megevett legalább egy banánt, és egyik banánt sem osztották el többfelé. Hami szokás szerint mindenkinél többet evett. Csita és Koko együtt 43-at ettek meg, kettejük közül Csita evett többet. Melyik majom hány banánt evett?

A.1553. Egy nagy négyzet egy részét az ábrán látható módon szürkére színeztük. Mekkora a szürke négyszög területe, ha egy kis négyzete területe 1 egység?



A Lurkó-logika feladatsorait Rapcsó Ibolya lektorálta.

Beküldési határidő:
2024. március 12.

Beküldési cím:
ABACUS Matematika 1437 Budapest, Pf. 774

A januárban kitűzött feladatok megoldásai

A. 1540. A pályaudvar egyik oszlopán egymás alatt öt lámpa helyezkedik el. A két felső sárga és piros, a két alsó kék és fehér, a három középső pedig zöld, sárga és kék. Hogyan helyezkednek el az oszlopon a lámpák?

Megoldás: Mivel tudjuk, hogy középen a zöld, sárga és kék lámpák vannak és a két felső lámpa sárga és piros, így a sárga lámpa csak felülről a második helyen lehet. Hasonlóan kapjuk, hogy mivel középen a zöld, sárga és kék lámpák vannak és a két alsó lámpa kék és fehér, így a kék lámpa csak alulról a második helyen lehet. Ebből viszont már azonnal megkapjuk a lámpák sorrendjét, ami felülről lefelé: piros, sárga, zöld, kék, fehér.

A. 1541. Keressük meg az alábbi háromjegyű számokban a letakart számjegyeket úgy, hogy az első négy szám összege egyenlő az ötödik számmal!

2■7, ■46, 53■, 468, 1570

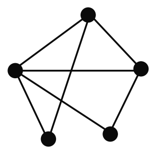
Megoldás: Mivel az első négy szám összege egyenlő az ötödik számmal, így az első három szám összege: $1570-468=1102$. A 2■7, ■46, 53■ számok összege csak úgy lehet 1102, ha az 53■ utolsó (letakart) számjegye 9. Ebből következik, hogy 2■7, ■46 összege: $1102-539=563$. Ez csak úgy lehetséges, ha a 2■7 letakart számjegye 1, a ■46 letakart számjegye pedig 3.

A. 1542. Katica egy díszdobozt csokoládéval töltött meg, amelynek a tömege így 570 gramm lett. Amikor ugyanezt a dobozt cukorkával töltötte meg, akkor a tömege 410 gramm lett. Hány gramm az üres díszdoboz tömege, ha kétszer akkora tömegű csokoládé fért bele, mint cukorka?

Megoldás: A díszdoboz csokoládéval töltve $570-410=160$ grammal több, mint cukorkával töltve, ezért a csokoládé tömege 160 grammal több, mint a cukorka tömege. Mivel a csokoládé tömege kétszerese a cukorka tömegének, így a cukorka tömege 160 gramm. A díszdoboz tömege cukorkával töltve 410 gramm, így az üres díszdoboz tömege $410-160=250$ gramm.

A. 1543. Aprajafalva 5 házikóját összesen 7 út köti össze úgy, hogy egy házikóból 4 út, egy másik házikóból 3 út, másik két házikó mindegyikéből pedig 2 út indul. Hány út indul az ötödik házikóból?

Megoldás: Egy út két házikót köt össze és összesen 7 út van, ezért ha összeadjuk a házikókból kiinduló utak számát, akkor $2\cdot 7=14$-et kapunk. Mivel egy házikóból 4 út, egy másikból 3 út, másik két házikó mindegyikéből 2 út indul ki, ezért az ötödik házikóból $14-(4+3+2\cdot 2)=3$ út indul ki. Egy lehetséges megoldást szemléltet az ábra (a házikókat pontokkal, az őket összekötő utakat pedig vonalakkal jelöltük).



A. 1544. Jucika a szórakozott titkárnő megírt négy hivatalos levelet és mindegyik levelet beletette egy-egy megcímzett borítékba. Hányféleképpen helyezhette el Jucika a borítékokban a leveleket, ha pontosan két levél került a megfelelő címzetthez?

Megoldás: Jelöljük a leveleket L_1, L_2, L_3, L_4-gyel, a megfelelő borítékokat pedig B_1, B_2, B_3, B_4-gyel.

1. eset: L_1-B_1 és L_2-B_2 a jó borítékokba helyezett levelek, a rossz borítékokba helyezett levelek ekkor L_3-B_4 és L_4-B_3.

2. eset: L_1-B_1 és L_3-B_3 a jó borítékokba helyezett levelek, a rossz borítékokba helyezett levelek ekkor L_2-B_4 és L_4-B_2.

3. eset: L_1–B_1 és L_4–B_4 a jó borítékokba helyezett levelek, a rossz borítékokba helyezett levelek ekkor L_2–B_3 és L_3–B_2.

4. eset: L_2–B_2 és L_3–B_3 a jó borítékokba helyezett levelek, a rossz borítékokba helyezett levelek ekkor L_1–B_4 és L_4–B_1.

5. eset: L_2–B_2 és L_4–B_4 a jó borítékokba helyezett levelek, a rossz borítékokba helyezett levelek ekkor L_1–B_3 és L_3–B_1.

6. eset: L_3–B_3 és L_4–B_4 a jó borítékokba helyezett levelek, a rossz borítékokba helyezett levelek ekkor L_1–B_2 és L_2–B_1.

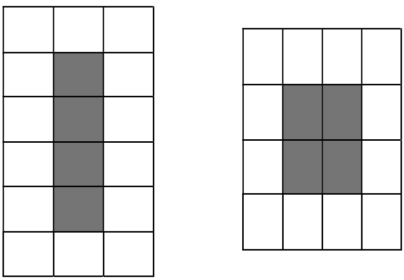
Jucika tehát hatféleképpen helyezhette el a borítékokban a leveleket úgy, hogy pontosan két levél kerüljön a megfelelő címzetthez.

A. 1545. Egy tolltartó egy tollal együtt 730 petákba, a tolltartó egy ceruzával együtt 580 petákba kerül. A toll és a ceruza ára összesen 310 peták. Mennyibe kerül a tolltartó a tollal és a ceruzával együtt?

Megoldás: Mivel a tolltartó egy tollal együtt 730 petákba, a tolltartó egy ceruzával együtt 580 petákba kerül, a toll és a ceruza ára pedig összesen 310 peták. Ha mindezt összeadjuk, azt kapjuk, hogy két tolltartó, két toll és két ceruza együttes ára 1620 peták. Ebből pedig az következik, hogy egy tolltartó egy tollal és egy ceruzával 810 petákba kerül.

A. 1546. Nagymama almás pitét sütött egy téglalap alakú tepsiben. A pitét a téglalap oldalaival párhuzamos vágásokkal felszeletelte, így lettek „belső sütemények” (amelyek minden oldala vágott) és „szélső sütemények” (amelyeknek van olyan oldala, amelyik nem vágott). Hány darab „szélső sütemény” lett, ha a „belső sütemények” száma pontosan 4?

Megoldás: A 4 „belső sütemény” kétféleképpen jöhet létre a párhuzamos vágások során. (Az ábrákban a „belső süteményeket” szürkével jelöltük.)



Az ábrákból látható, hogy 4 „belső sütemény” esetén a „szélső sütemények” száma 14 vagy 12 lehet.

MATEMATIKAI PONTVERSENY

rovatvezetők: Csík Zoltán, Kósa Tamás és Magyar Zsolt

Feladatok csak 5. osztályos tanulóknak

B.1566. Kiválasztunk két egész számot, e-t és f-et, majd kiszámítjuk az $e+f$, $e-f$, $e\cdot f$ és $e:f$ műveletek eredményét. Meg tudunk-e adni olyan e és f számokat, amelyekre a négy eredmény közül:
a) az $e+f$
b) az $e-f$
c) az $e\cdot f$
d) az $e:f$
művelet eredménye lesz a legnagyobb? Ha igen, adjunk meg egy-egy példát, ha nem, indokoljuk meg, miért nem!

B.1567. Nyuszi Pista egy négy lépcsőfokból álló lépcsőn szeretne felugrálni. Egyszerre 1, 2 vagy 3 lépcsőfoknyit tud ugrani. Hányféleképpen juthat fel a negyedik lépcsőfokra, ha az ugrásainak a sorrendje számít? (Tehát különbözőnek tekintjük azokat az ugrássorozatokat, amelyekben például 1, 2, 1 lépcsőfoknyit, illetve 2, 1, 1 lépcsőfoknyit ugrott.)

Feladatok 5. és 6. osztályos tanulóknak

B. 1568. Az iskolai büfében almát, körtét és szilvát lehet kapni. A nap vége felé már csak 20 gyümölcs van összesen a pulton. Almából több van, mint a másik két gyümölcsből külön-külön, szilvából pedig kevesebb, mint a másik kettőből külön-külön, viszont almából kevesebb van, mint szilvából és körtéből együttesen. Adjuk meg az összes lehetséges darabszámot, amely ezen feltételeket teljesíti!

B.1569. Egy 32 lapos magyar kártya lapjai A, B, C és D között vannak szétosztva. Ahhoz, hogy egyenlő számú kártya legyen mindenki kezében először A kártyáinak felét szét kell osztani B és C között, majd B kártyáinak felét C és A között, végül C kártyáinak felét A és B között. Kinek hány kártyája van eredetileg?

B.1570. Misi egy olyan utcában lakik, amelyben csupa családi ház van. Ha az utca elejétől elindulunk, akkor Misiék a 17. házban laknak a bal oldalon. Az utcában a házakat az utca elejétől kezdve folyamatosan számozzák úgy, hogy a páratlan számú házak a bal oldalon, a páros számú házak a jobb oldalon vannak.

Ha az utca végétől kezdve számoznák a házakat, akkor Misiék házszáma 5-tel lenne nagyobb, mint amennyi jelenleg. Hány ház van Misiék oldalán az utcában összesen?

Feladatok csak 6. osztályos tanulóknak

B.1571. 12 kiskockából 4-féle különböző téglatestet lehet összeállítani: $1\times1\times12$; $1\times2\times6$; $1\times3\times4$; $2\times2\times3$ méretűt. Hány kiskockából lehet éppen 5-féle különböző téglatestet összeállítani? Keressünk két különböző megoldást!

B.1572. Nyuszi Pista egy öt lépcsőfokból álló lépcsőn szeretne felugrálni. Egyszerre 1, 2 vagy 3 lépcsőfoknyit tud ugrani. Hányféleképpen juthat fel az ötödik lépcsőfokra, ha az ugrásainak a sorrendje számít? (Tehát különbözőnek tekintjük azokat az ugrássorozatokat, amelyekben pl. 1, 2, 2 lépcsőfoknyit, illetve 2, 2, 1 lépcsőfoknyit ugrott.)

Feladatok csak 7. osztályos tanulóknak

C.1718. Három különböző prímszám összege 50. Melyik ez a három prím?

C.1719. Nyuszi Pista egy hat lépcsőfokból álló lépcsőn szeretne felugrálni. Egyszerre 1, 2 vagy 3 lépcsőfoknyit tud ugrani. Hányféleképpen juthat fel a hatodik lépcsőfokra, ha az ugrásainak a sorrendje számít? (Tehát különbözőnek tekintjük azokat az ugrássorozatokat, amelyekben pl. 1, 2, 3 lépcsőfoknyit, illetve 2, 3, 1 lépcsőfoknyit ugrott.)

Feladatok 7. és 8. osztályos tanulóknak

C.1720. 12 kiskockából 4-féle különböző téglatestet lehet összeállítani: $1\times1\times12$; $1\times2\times6$; $1\times3\times4$; $2\times2\times3$ méretűt.
a) Hány kiskockából lehet éppen 5-féle különböző téglatestet összeállítani? Keress két különböző megoldást!
b) Hány kiskockából lehet éppen 6-féle különböző téglatestet összeállítani? Keress két különböző megoldást!

C.1721. Egy 32 lapos magyar kártya lapjai A, B, C és D között vannak szétosztva. Ahhoz, hogy egyenlő számú kártya legyen mindenki kezében először A kártyáinak felét szét kell osztani B és C között, majd B kártyáinak felét C és A között, végül C kártyáinak felét A és B között. Kinek hány kártyája van eredetileg?

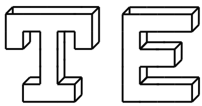
C.1722. Ha Jani 4 év múlva aktuális életkorának 4-szeresét és 5 év múlva aktuális életkorának 5-szörösét összeadjuk, éppen megkapjuk Jani mostani életkorának 10-szeresét. Hány éves most Jani?

C.1723. Misi egy olyan utcában lakik, amelyben csupa családi ház van. Ha az utca elejétől elindulunk, és megszámoljuk, hogy Misiék hányadik házban laknak, akkor pontosan kétszer akkora eredményt kapunk, mint ha azt számoljuk meg, hogy az utca végétől számítva hányadik házban laknak. Az utcában a házakat az utca elejétől kezdve folyamatosan számozzák úgy, hogy a páratlan számú házak a bal oldalon, a páros számú házak a jobb oldalon vannak. Misiék az utca elejétől indulva a bal oldalon laknak. Ha az utca végétől kezdve számoznák a házakat, akkor Misiék házszáma 25-tel lenne kisebb, mint amennyi jelenleg. Hány ház van Misiék oldalán az utcában összesen?

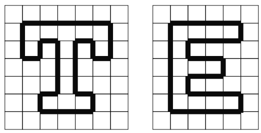
Feladatok csak 8. osztályos tanulóknak

C.1724. Négy különböző pozitív prímszám összege 50. Melyik ez a négy prím?

C.1725. Az 1. ábrán látható két edénynek oldalról nézve olyan alakja van, mint egy-egy betűnek. Az edények oldalnézeti képe látható a 2. ábrán, 10 cm-es oldalhosszúságú négyzetrácsra helyezve. Az edények felül nyitottak, az edények vastagsága 10 cm. Az edényekbe egy-egy vékony kis gumicsövet helyezünk, melyek leérnek az edények aljáig, és ezeken keresztül vízzel töltjük meg mindkét edényt. Percenként 1 liter víz folyik be a csövön keresztül mindegyik edénybe. Hány perc alatt telik meg az egyik, illetve a másik edény? Ábrázoljuk az egyes edényekben levő víz magasságának időbeli alakulását grafikonon!



1. ábra



2. ábra

A Matematikai pontverseny feladatsorait Szép János lektorálta.

Beküldési határidő:
2024. március 12.

A megoldásokat az alábbi címre küldjétek:
ABACUS Matematika
1437 Budapest, Pf. 774

A januárban kitűzött feladatok megoldásai

B.1559. Egy koala naponta 4 órával alszik többet, mint egy gorilla. 3 gorilla és 3 koala napi alvásmennyisége pontosan 4 teljes napot tesz ki. Hány órát alszik egy koala 7 nap alatt?

Megoldás: 3 koala egy nap alatt 12 órával alszik többet, mint 3 gorilla. Így a 3 gorilla és 3 koala 96 órányi napi alvásideje 12 órával több, mint 6 gorilláé, ami így összesen 84 óra. Tehát egy gorilla naponta 14 órát alszik, egy koala pedig 18 órát. Így egy koala egy hét alatt összesen 126 órányit alszik.

B.1560. Egy rénszarvas óránként 4800 métert tesz meg, ha lassan halad. Ilyenkor 15 perc alatt 1200-at lép. Ha fut, akkor a lépésének hossza 60 cm-rel nagyobb lesz, és óránként 12 km-t tud megtenni. Mennyivel lép többet percenként futás közben, mint lassan haladva?

Megoldás: Lassan haladva 15 perc alatt 1200 métert tesz meg, tehát a szarvas lépésének hossza 1 méter, és 1 perc alatt $1200:15=80$-at lép. Ha fut, akkor 160 cm-es lesz a lépése, és egy óra alatt 12 000 métert, vagyis 1 200 000 cm-t tesz meg, tehát $1\,200\,000:160=7500$-at lép. Ekkor egy perc alatt $7500:60=$ $=125$-öt lép, vagyis percenként 45-tel lép többet.

B.1561. Bori, Sebi és Matyi különböző évesek. A következő állítások közül csak egy igaz:
a) Bori a legöregebb.
b) Sebi nem a legöregebb.
c) Matyi nem a legfiatalabb.
Állítsuk őket életkoruk szerint növekvő sorrendbe!

Megoldás: Ha *a)* lenne az igaz állítás, akkor *b)* nem lenne igaz, így Sebi és Bori is a legöregebb lenne, ami nem lehet. Ha *b)* lenne az igaz, akkor *a)* nem lenne igaz, így sem Sebi, sem Bori nem a legöregebb, tehát csak Matyi lehet az, de a *c)* állítás sem lenne igaz, azaz Matyi a legfiatalabb, ami ellentmondás. Tehát a *c)* állítás lehet csak igaz, és ez működik is: Matyi nem a legfiatalabb, de lehet a középső, vagy a legöregebb, *b*) nem igaz, így Sebi a legöregebb, Matyi marad a középső, *a)* nem igaz, így Bori nem a legöregebb, de lehet a legfiatalabb. A helyes, életkor szerint növekvő sorrend: Bori, Matyi, Sebi.

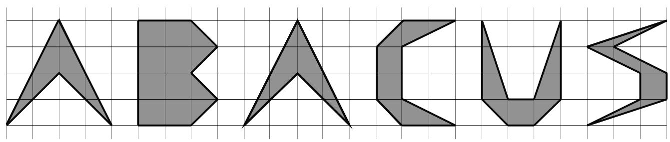
B.1562. Egy zsákban 10 piros és 12 fehér golyó van. A zsákból egymás után golyókat húzunk. Ha pirosat húzunk, akkor visszatesszük, és még 5 pirosat is beteszünk a zsákba. Ha fehéret húzunk, akkor visszatesszük, és még 3 fehéret is beteszünk a zsákba. Hány húzás után lehet 43 golyó a zsákban?

Megoldás: A kezdeti 10+12=22 golyó mellé 21 kell még, hogy 43 legyen a zsákban. Pirosat így legfeljebb 4-szer húzhattunk, mert ötszöri piros húzásra már 25 plusz golyó került volna a zsákba. Ha 4 pirosat húztunk, akkor ezekkel 20 golyó került vissza a zsákba, a fehér húzásokkal így 1 golyót kellett volna betenni, de ez nem lehetséges. Ha 3 pirosat húztunk, akkor ezekkel 15 golyó került vissza a zsákba, a fehér húzásokkal így 6 golyót kellett betenni, ez két fehér húzásával lehetséges. Ekkor összesen 5 húzás zajlott. Ha 2 pirosat húztunk, akkor ezekkel 10 golyó került vissza a zsákba, a fehér húzások után így 11 golyót kellett volna betenni, de ez nem lehetséges. Ha 1 pirosat húztunk, akkor ez plusz 5 golyót jelent, így a fehérekkel 16 golyót kellett volna betennünk, de ez nem osztható 3-mal, így nem lehetséges. Ha nem húztunk pirosat, akkor 7 fehér húzásával pontosan 21 golyó kerülhetett vissza a zsákba. Tehát 5 vagy 7 megfelelő húzás után lehet 43 golyó a zsákban.

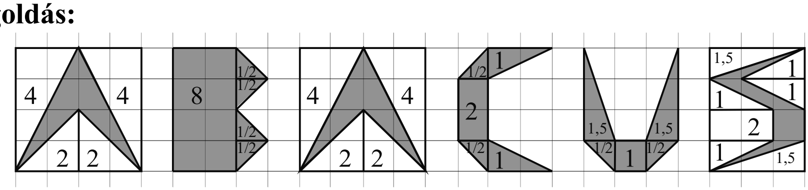
B. 1563. A könyvespolcon a Copperfield Dávid című könyv két kötete úgy helyezkedik el, hogy az első kötettől jobbra kétszer annyi könyv található, mint amennyi balra, a második kötettől pedig balra kétszer annyi könyv található, mint amennyi jobbra. Az első és a második kötet között 4 könyv található. Hány könyv van a könyvespolcon összesen?

Megoldás: A megadott adatok alapján az első kötettől balra annyi könyv van, mint a második kötettől jobbra. Ezért az első kötettől jobbra levő könyvek fele a második kötettől is jobbra található, a könyvek másik felét pedig a Copperfield Dávid második kötete és a két kötet között levő 4 könyv jelenti, azaz 5 könyv. Tehát az első kötettől jobbra 10 könyv, balra 5 könyv található, azaz a polcon összesen 16 könyv van.

B. 1564. Hány egységnégyzet az ábrán látható ABACUS felirat területe?



Megoldás:



A felirat területe: $(16-12)+(8+4\cdot\frac{1}{2})+(16-12)+5+5+(12-9)=31$ egységnégyzet.

B. 1565. Kitti és apukája elmentek egy nemzeti parkba. Ott láttak egy magas fát, aminek nagyon vastag volt a törzse, így elhatározták, hogy megmérik a fa törzsének a kerületét. Kitti is, apukája is a fa törzsét mintegy megölelve mérte körbe a két kezével a fa kerületét (egy ilyen mérés távolságát hívhatjuk „öl”-nek). Kitti pontosan öt ölnyinek mérte a kerületet, az apukája három ölnyinek. Az apuka magasabb Kittinél, ezért ő feljebb mért, ahol a fa kerülete már 60 cm-rel kisebb volt, mint lejjebb, ahol Kitti mért. Kitti három „öle” az apuka két „ölével” egyezik meg. Minden ember öle olyan hosszú, mint amilyen magas. Hány cm Kitti és az apukája magassága között a különbség?

Megoldás: Ha Kitti méréséből levonunk 3 ölt, az apukájáéból pedig kettőt, akkor azt láthatjuk, hogy Kitti két öle az apukája ölénél 60 cm-rel több, vagyis Kitti 6 öle az apukája 3 ölénél 180 cm-rel több. Kitti 6 öle az apukája 4 ölével egyenlő, így az apukája öle 180 cm, vagyis ilyen magas. Kitti három öle 360 cm, vagyis Kitti 120 cm magas. Így kettőjük között 60 cm a magasságkülönbség.

C. 1710. Az 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 és 9 számjegyek egyszeri felhasználásával 4 db kétjegyű prímszámot alkottunk. Határozzuk meg ezek összegét!

Megoldás: Mivel prímszámok, így nem végződhetnek a következőkre: 2; 4; 5 és 6. Tehát ezek lesznek a 10-es helyi értéken, a többi négy szám az egyes helyiértéken, ebből a számjegyek összege: $10\cdot(2+4+5+6)+1+3+7+9=190$. És valóban létezik a feltételeknek megfelelő négy ilyen prímszám, pl. 23; 41; 59 és 67.

C. 1711. Egy külföldi webshopban bizonyos árucikkek 70, 80, illetve 90%-os árengedménnyel kaphatók. Egyik vásárlásunk során csak ilyen akciós terméket veszünk. A számlán, amelyet kapunk, az akciós termékeket teljes árukkal tüntetik fel, a kedvezményeket viszont a százalékos mértékük szerint összesítve. Így a számlán az alábbiakat látjuk:

Vásárolt termékek	Összesített kedvezmények
A termék összesen 40,84 EUR B termék összesen 52,70 EUR C termék összesen 380,07 EUR D termék összesen 11,54 EUR	70%-os kedvezmény – 36,89 EUR 80%-os kedvezmény – 336,73 EUR 90%-os kedvezmény – 10,39 EUR

Melyik típusú termékre hány % volt a kedvezmény mértéke?

Megoldás: A C termékre csak 80%-os kedvezményt kaphattunk, mert a másik kétféle kedvezmény összege nagyon kicsi. A 380,07 EUR után a 80% kedvezmény 304,06 EUR, azaz a 80%-os kedvezmény még további 32,67 EUR-t jelent. $32{,}67:0{,}8=40{,}84$, tehát ez az A termék kedvezménye is. A 10,39 EUR 90%-os kedvezmény alapösszege $10{,}39:0{,}9=11{,}54$, tehát ez a D termék kedvezménye. Az 52,7-nek a 70%-a pedig 36,89, így ez a B termék kedvezménye.

C.1712. Melyik az a legkisebb 1000-nél nagyobb szám, ami a 2; 3; 4; 5; 6 számok bármelyikével osztva 1 maradékot ad, és osztható 7-tel?

Megoldás: A 2; 3; 4; 5; 6 legkisebb közös többszöröse a 60, ezért az első olyan szám, ami mindegyikkel osztva 1 maradékot ad, a 61. A következő a $61+60$, az azt követő a $61+2\cdot60$ és így tovább, az $(n-1)$. a $61+60n$. Ahhoz, hogy egy ilyen alakú szám 7-tel osztható legyen, amiatt, hogy $61=56+5$, a $60n$ résznek 2 maradékot kell adnia 7-tel osztva. $60n=56n+4n$, tehát a $4n$-nek kell 2 maradékot adnia. Az első ilyen szám a $14+2=16$, amikor $n=4$, a következő a $42+2=44$, amikor $n=11=4+7$, hiszen így a szorzat első tagja 2 maradékot ad, a második tagja pedig osztható 7-tel: $(4+7)\cdot4=4\cdot4+7\cdot4$. Ezek alapján az $n=4$; 11; 18; 25; … számok felelnek meg. Mivel $(1000-61):60\approx16$, ezért $n>15$, tehát a 18 lesz az első jó n, a keresett szám pedig: $61+60\cdot18=1141$. (Valóban $1141=$ $=19\cdot60+1$ és $1141=163\cdot7$.)

C.1713. Sanyi egy feladat megoldásaként rossz eredményt kapott. Józsi megnézte az eredményt, és azt mondta, hogy pont 100-zal több, mint a helyes eredmény. Zebulon is megnézte, ő pedig azt állapította meg, hogy Sanyi pontosan hatszor akkora számot kapott eredményül, mint amennyi a helyes lenne. Mennyi a feladat helyes eredménye?

Megoldás: Ha a helyes eredmény x, akkor Józsi megállapítása szerint a Sanyi által kapott eredmény $x+100$, Zebulon ellenőrzése szerint pedig $6x$. Ha $6x=$ $=x+100$, akkor ezt az egyenletet megoldva $x=20$ adódik a feladat helyes eredményére. Ez valóban meg is felel a feltételeknek, mert ekkor a Sanyi által kapott helytelen eredmény 120.

C.1714. Keressük meg az összes olyan $\overline{abcd}$ négyjegyű számot, melyre $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{cd}$ négyzetszámok, de $\overline{abcd}$ nem négyzetszám!

Megoldás: A kétjegyű négyzetszámok: 16; 25; 36; 49; 64; 81. Ezek csak akkor illeszthetők egymáshoz a kívánt módon, ha két számnak az első és utolsó számjegye egyezik. A lehetőségek: 16-64-49 $\rightarrow$ 1649 nem négyzetszám, 36-64-49 $\rightarrow$ 3649 nem négyzetszám, 81-16-64 $\rightarrow$ 8164 nem négyzetszám.

C.1715. 10 000 €-t befektettünk egy évre, ebből 4000 €-t évi 5%-os, 3500 €-t évi 4%-os kamatra. Hány százalékos kamatot kapunk a maradék összegre, ha a befektetésünk összesen 500 € hasznot hoz?

Megoldás: $4000\cdot0{,}05+3500\cdot0{,}04=340$, azaz kell még $160=2500\cdot p$, ahonnan $p=0{,}064$, tehát 6,4%-os kamatra kell a maradékot lekötni.

C.1716. Egy külföldi webshopban bizonyos árucikkek 50, 60, 70, illetve 80%-os árengedménnyel kaphatók. Egyik vásárlásunk során csak ilyen akciós termékeket veszünk. A számlán, amelyet kapunk, az akciós termékeket teljes árukkal tüntetik fel, a kedvezményeket viszont a százalékos mértékük szerint összesítve. Így a számlán az alábbiakat látjuk:

Vásárolt termékek	Összesített kedvezmények
A termék összesen 82,49 EUR B termék összesen 52,81 EUR C termék összesen 518,60 EUR D termék összesen 11,80 EUR E termék összesen 183,99 EUR F termék összesen 10,20 EUR G termék összesen 238,55 EUR H termék összesen 147,42 EUR J termék összesen 12,02 EUR K termék összesen 56,83 EUR	50%-os kedvezmény: – 85,62 EUR 60%-os kedvezmény: – 34,10 EUR 70%-os kedvezmény: – 165,76 EUR 80%-os kedvezmény: – 679,87 EUR

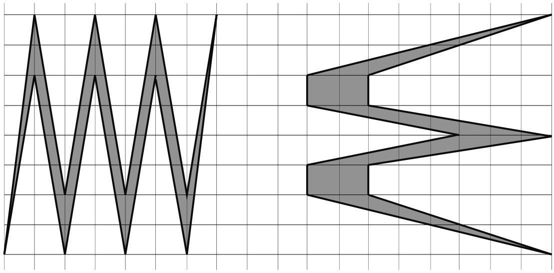
Melyik típusú termékre hány % volt a kedvezmény mértéke?

Megoldás: Számoljuk ki az egyes kedvezményekhez tartozó teljes alapösszegek nagyságát (két tizedesjegyre kerekítve)! A táblázat Termék oszlopait a táblázat alatt található indoklás alapján töltöttük ki.

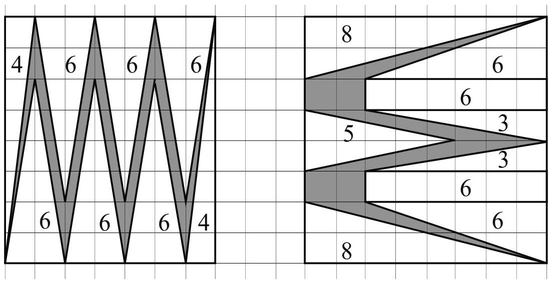
Kedvezmény	Alapár összesen	Termék	Termék	Termék	Termék
50%	$85{,}62:0{,}5=171{,}24$	**H**, marad 23,82	**J**, marad 11,80	**D**, marad 0	
60%	$34{,}10:0{,}6\approx 56{,}83$	**K**, marad 0			
70%	$165{,}76:0{,}7=236{,}8$	**E**, marad 52,81	**B**, marad 0		
80%	$679{,}87:0{,}8\approx 849{,}84$	**C**, marad 331,24	**G**, marad 92,69	**A**, marad 10,20	**F**, marad 0

A C termék az 518,60 EUR árával csak a 80%-os kedvezménybe tartozhat. Tehát további $849{,}84-518{,}60=331{,}24$ EUR értékű termék volt ilyen kedvezménnyel. A G termék ára is csak a megmaradó 80%-os kedvezményes összegbe fér bele, így további $331{,}24-238{,}55=92{,}69$ EUR értékű termék volt 80% kedvezménnyel. A következő legmagasabb összegű E termék így már csak a 70%-os kedvezmény alapösszegében lehet, vagyis $236{,}8-183{,}99=52{,}81$ EUR értékű termék marad erre a kedvezményre. Így folytatva a H termék 50%-os kedvezményű, marad 23,82 EUR. Az A termék 80% kedvezményű, marad 10,20 EUR. A K termék 60%-os kedvezményű, ki is merült ez a keret. A B termék 70%-os kedvezményű, ez a keretösszeg is elfogyott. Innen már a D és J termék összesen 23,82 EUR, így ezek 50%-os, az F termék pedig 80%-os kedvezménnyel került eladásra.

C.1717. Az ábrán látható két síkidom közül melyiknek nagyobb a területe?

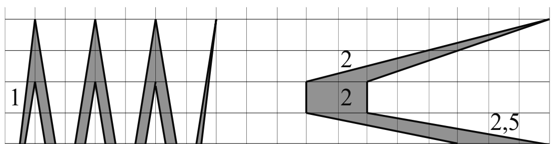


1. megoldás:



Az első síkidom területe: $56-6\cdot 6-2\cdot 4=12$.
A második síkidom területe: $64-4\cdot 6-2\cdot 8-2\cdot 3-5=13$.
A második síkidom területe nagyobb.

2. megoldás:



Háromszögekre, paralelogrammákra, illetve trapézokra bontjuk a síkidomokat.
Az első síkidom területe: $5\cdot 2+2\cdot 1=12$.
A második síkidom területe: $4\cdot 2+2\cdot 2{,}5=13$.
A második síkidom területe nagyobb.

MEGYEI MATEMATIKAVERSENY

A verseny 1. fordulójának feladatai

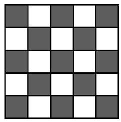
3. osztály

1. feladat: Oldd meg az alábbi feladatokat!

a) Leírtuk növekvő sorrendben a kétjegyű számokat. Melyik számot írtuk le harmadiknak?
b) Két szomszédos szám összege 23. Melyik ez a két szám?
c) Mennyi a legnagyobb kétjegyű szám tízesekre kerekített értéke?
d) Összeadtuk egy négyzet oldalainak és csúcsainak számát. Melyik számot kaptuk?
e) Mennyivel nagyobb a 24 nagyobb tízes számszomszédja a kisebb tízes számszomszédjánál?

2. feladat: Sorold fel azokat a 10-nél nagyobb és 70-nél kisebb egész számokat, amelyekben az egyik számjegy 3-mal nagyobb a másik számjegynél!

3. feladat: Zoli az ábra minden kis négyzetére ugyanannyi babszemet tett. A fehér négyzetekre összesen 24 babszem került. Hány babszemet tett összesen az ábra fekete négyzeteire?



4. feladat: Nagymama az unokáinak fánkot sütött, melyeket három tálcán helyezett el. Az unokái mindhárom tálcáról 10 fánkot ettek meg. Így elfogyott az első tálcáról az összes fánk, a második tálcáról a fánkok fele, a harmadik tálcáról a fánkok harmada. Hány fánkot sütött nagymama?

5. feladat: Először egy ■, ezután egy ●, majd egy ▲ alakú lapot raktunk le egy sorba, egymás mellé az asztalra. Ezután ugyanebben a sorrendben raktunk le ilyen lapokat, egészen addig, amíg végül a 19. lapot is leraktuk.

a) Hány ■, hány ● és hány ▲ alakú lap van az asztalon?
b) Milyen a 13. lap a sorban?
c) Milyen lap van a sor közepén?

4. osztály

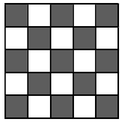
1. feladat: Oldd meg az alábbi feladatokat!

a) Leírtuk növekvő sorrendben a kétjegyű számokat. Melyik számot írtuk le negyediknek?

b) Két szomszédos egész szám szorzata 30. Melyik ez a két szám?
c) Mennyi a legnagyobb háromjegyű szám százasokra kerekített értéke?
d) Hány csúcsa van egy kockának?
e) Mennyivel nagyobb a 224 nagyobb százas számszomszédja a kisebb százas számszomszédjánál?

2. feladat: Sorold fel azokat a 90-nél kisebb kétjegyű pozitív egész számokat, amelyekben az egyik számjegy 4-gyel nagyobb a másik számjegynél!

3. feladat: Zoli az ábra minden kis négyzetére ugyanannyi babszemet tett. A fekete négyzetekre összesen 39 babszem került. Hány babszemet tett összesen az ábra fehér négyzeteire?



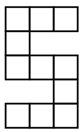
4. feladat: Ügyet Lenke palacsintát sütött. Az első hatból minden második, a következő tizenkettőből minden harmadik, az ezután következő tizenötből minden ötödik és az utolsó húszból minden tizedik szakadt el. Hány jó palacsintát sütött Lenke, ha két palacsinta oda is égett? (Egy palacsinta jó, ha nem szakadt és nem égett.)

5. feladat: Először egy ■, ezután egy ●, majd egy ▲ alakú lapot raktunk le egy sorba, egymás mellé az asztalra. Ezután ugyanebben a sorrendben raktunk le ilyen lapokat, egészen addig, amíg végül a 89. lapot is leraktuk.
a) Hány ■, hány ● és hány ▲ alakú lap van az asztalon?
b) Milyen a 23. lap a sorban?
c) Milyen lap van a sor közepén?

5. osztály

1. feladat: Oldd meg az alábbi feladatokat!
a) Mennyivel egyenlő 11 százas + 22 tízes + 33 egyes?
b) Mennyi az 1848 százasokra kerekített értéke?
c) Hány milliméter a 2 m + 2 cm + 3 mm?
d) Melyik szám római számokkal leírt alakja az MCMXLVI?
e) Mennyi a $45 - 35 : 5 + 16 : 8 \cdot 2$ műveletsor eredménye?

2. feladat: Az 1. ábrán látható síkidomot egybevágó kis négyzetekből raktuk össze.
a) Hány centiméter az 1. ábrán látható síkidom kerülete, ha egy kis négyzet kerülete 12 cm?


1. ábra


2. ábra

b) Hány egység az 1. ábrán látható síkidom területe, ha a terület egysége a 2. ábrán látható szürke síkidom?

3. feladat: Sorold fel azokat a 220-nál kisebb háromjegyű természetes számokat, amelyekben az egyes helyi értéken álló számjegy 1-gyel kisebb a tízes és százas helyi értéken álló két számjegy szorzatánál!

4. feladat: Kati 4 piros, 3 fehér és 2 zöld egyforma méretű golyó közül szeretne 3 golyót kiválasztani. Hányféleképpen teheti ezt meg?

5. feladat: Egy tesztes matematikaversenyen a résztvevő tanulóknak 25 feladatot kellett megoldaniuk. A versenyzők minden jól megoldott feladatra 5 pontot kaptak, de minden rosszul megoldott vagy nem megoldott feladat esetén 2 pontot levontak. A versenyen Kata 90 pontot, Gergő 55 pontot ért el. Hány feladatot oldott meg jól Kata és hányat Gergő?

6. osztály

1. feladat: Oldd meg az alábbi feladatokat!

a) Mennyivel egyenlő a $0{,}2+\frac{3}{4}$ összeg?

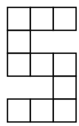
b) Mennyi a $2\frac{2}{3}:5$ művelet eredménye?

c) Hány centiméterrel hosszabb a 2 m a 7 dm-nél?

d) Mennyi a $(-5)-(+3)$ különbség?

e) Egy kocka éleinek hossza 4 cm. Mennyi a felszíne?

2. feladat: Az ábrán látható síkidomot egybevágó kis négyzetekből raktuk össze. Egy ilyen kis négyzet területe 16 cm^2. Mennyi a síkidom kerülete és területe?



3. feladat: Sorold fel azokat a 2700-nál kisebb négyjegyű természetes számokat, amelyekben a tízes és ezres helyi értéken álló két számjegy szorzatánál 4-gyel kisebb az egyes helyi értéken álló számjegy is és a százas helyi értéken álló számjegy is!

4. feladat: Kati 4 piros, 3 fehér és 3 zöld egyforma méretű golyó közül szeretne 4 golyót kiválasztani úgy, hogy a kiválasztott golyók között ne legyen mind a három féle színűből. Hányféleképpen teheti ezt meg?

5. feladat: Írjuk a betűk helyére az 5; 6; 7 és 8 számokat úgy, hogy az $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}$ alakban a kapott két tört összege a lehető legkisebb legyen!

7. osztály

1. feladat: Oldd meg az alábbi feladatokat!

a) Melyik az a szám, amelynek kétharmad része 24 ?

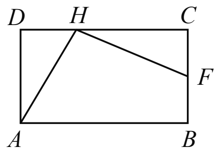
b) Sorold fel a 12 és 18 közös pozitív osztóit!

c) Mennyi a 2,5 reciproka?

d) Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszöge 63°-os. Hány fokos a másik hegyesszöge?

e) Mennyi a 2023-nak a 25%-a?

2. feladat: Az $ABCD$ téglalap BC oldalának felezőpontja F, a CD oldalának D ponthoz közelebbi harmadoló pontja H (lásd ábra). Mennyi az $ABFH$ négyszög területe, ha $AB=15$ cm és $BC=12$ cm?



3. feladat: Sorold fel azokat a 3000-nél kisebb négyjegyű, páros természetes számokat, amelyekben a tízes és ezres helyi értéken álló két számjegy szorzatánál 4-gyel kisebb az egyes helyi értéken álló számjegy is és a százas helyi értéken álló számjegy is!

4. feladat: Egy piros, egy fehér és egy zöld szabályos dobókockával dobunk. Hányféleképpen lehet a három dobott szám összege 7 ? (A szabályos dobókocka lapjai 1-től 6-ig pöttyözöttek.)

5. feladat: Három akváriumban a halak számának aránya 13 : 9 : 5. Néhány halat áthelyeztünk az akváriumok között. Ekkor a három akváriumban a halak számának aránya 5 : 3 :1 lett, és az egyik akváriumban 8-cal növekedett a halak száma. Hány hal van a három akváriumban összesen?

8. osztály

1. feladat: Oldd meg az alábbi feladatokat!

a) Hány szimmetriatengelye van a négyzetnek?

b) Melyik számjegyek írhatók az x helyére úgy, hogy az $184x$ négyjegyű szám osztható legyen 4-gyel?

c) Az ABC derékszögű háromszög C csúcsánál van a derékszög, az A csúcsánál lévő belső szögének nagysága 37°. Hány fokos a B csúcsánál lévő külső szöge?

d) Melyik az a szám, amelynek a 17%-a 2023 ?

e) Egy trapéz párhuzamos oldalai 8 cm és 14 cm, szárai 5 cm hosszúak. Mennyi a területe, ha magassága 4 cm hosszú?

2. feladat: Hány olyan négyjegyű, páros természetes szám van, amelyben az egyes és százas helyi értéken álló két számjegy szorzata 8, valamint a tízes és ezres helyi értéken álló két számjegy szorzata is 8 !

3. feladat: Jelöljük egy téglatest egy csúcsból kiinduló három élét a, b és c betűkkel! Az a él hossza 30 cm, a b él hossza az a él hosszának 40%-a, az a él hossza a c él hosszának kétharmad része. Mennyi a téglatest térfogata és felszíne?

4. feladat: Egy piros, egy fehér és egy zöld szabályos dobókockával dobunk. Hányféleképpen lehet a három dobott szám szorzata 8-nál kisebb? (A szabályos dobókocka lapjai 1-től 6-ig pöttyözöttek.)

5. feladat: Melyik a legkisebb és legnagyobb olyan palindrom szám, amely csak 7-es és 8-as számjegyeket tartalmaz, mindegyikből legalább egyet és számjegyeinek összege 2023 ? (Palindrom számok azok, amelyek balról és jobbról olvasva ugyanazt a számot adják. Például 1991 és 2002.)

* * * * *

A szerencsés foglyok

Egy börtönben 400 cella van, minden cellában egy rab. Minden zár egy fordításra kinyílik, még egy fordításra újra bezáródik. A börtön igazgatójának születésnapja van, ezért ezen a napon engedékeny. Összesen 400 őrt küld el, hogy mindannyian fordítsanak egyet-egyet a záron. Az első őr minden záron, a második őr minden második záron, és így tovább, egészen a 400. őrig, aki már csak az utolsón fordít. Amikor végigment a 400. őr, akkor a nyitva lévő ajtók mögött lévő rabok szabadok lettek. Hány rab szabadul ki?

A fejtörő megoldása a 32. oldalon olvasható.
Logikai egypercesek – Trükkös feladványok

Mi van a matematikai csodaládában? (I. rész)

Számadó László (Budapest)

A Fővárosi Nagycirkuszban 2016-tól tartunk az előadásokhoz kapcsolódóan rendhagyó matematikaórákat. Ez a világon egyedülálló kezdeményezés óriási élményt jelent a diákoknak, hiszen arra a porondra léphetnek, ahol pár perccel korábban még az artisták mutatták be lélegzetelállítóan izgalmas produkcióikat. Az előadások általában egy-egy történetet dolgoznak fel, ahol a cirkuszi műsorszámok mellett az ének, a zene, a tánc segítségével elénk tárul a csoda. A művészek valódi értékeket mutatnak meg az előadásban: az összetartozás, a szeretet, a törődés, a szorgalom, az egymásba vetett bizalom, a csapatmunka mindenki számára megtapasztalhatóvá válik egy-egy ilyen előadás során. Porondra került már többek között Lúdas Matyi története, a Főnix madár legendája, illetve Jókai Mór novellája: a Melyiket a kilenc közül.

Az ország minden részéről érkeznek osztályok a rendhagyó órákra. 2023-ban a Csodaláda című előadáshoz kapcsolódva Gedeon Veronika tanárnővel a Mi van a matematikai csodaládában? címmel tartottuk az órákat. Ez a cikk a csodaládából előkerülő érdekességek továbbgondolásáról szól.

Az óra egyik kérdése így hangzott: Egy héten 7 előadást tartanak a cirkuszban. Szeretnénk, ha minden előadáson másféle sorrendben láthatnánk a 10 műsorszámot. Maximum mennyi ideig lehetne műsoron ez az előadás?

Az egyik csapat mondott egy választ, a másik ehhez képest döntött, hogy több vagy kevesebb. A diákok a helyes válaszhoz képest rövidebb időre gondoltak. Tippeljünk és nézzük a választ!

Az első műsorszámot 10-ből választhatjuk, a másodikat már csak 9-ből.
Továbbgondolva az előadások száma: $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 3\,628\,800$.
Ezt elosztjuk 7-tel, és megkapjuk a hetek számát: $3\,628\,800 : 7 = 518\,400$.
Osztunk 52-vel, és megkapjuk az évek számát: $518\,400 : 52 \approx 9969$.
Vagyis majdnem 10 ezer évig lehetne műsoron ez az előadás!

Az évek száma kerekített érték, a hetek száma viszont pontos. Ez azért van, mert a tíztényezős szorzat egyik tényezője a 7, vagyis a 3 628 800 osztható 7-tel, illetve a 13-as prímtényező (vagy annak többszöröse) nem szerepel a szorzatban, ezért az 518 400 nem osztható 13-mal (így 52-vel sem).

Egy egész számról az utolsó 1, 2, 3 számjegy ismeretében eldönthetjük, hogy osztható-e 2-vel (5-tel), 4-gyel, 8-cal, a számjegyek összege pedig információt ad a 3-mal, 9-cel oszthatóságról. Ilyen módon a 6-tal és a 10-zel oszthatóságról is tudunk dönteni.

Meg lehet-e mondani egy számról (az osztás elvégzése nélkül), hogy osztható-e 7-tel, 13-mal?

A módszer bemutatására készítünk egy 7-tel osztható számot: $1276 \cdot 7 = 8932$.

Osztható-e 7-tel a 8932? A döntéshez az utolsó számjegy dupláját vonjuk ki az őt megelőző (ebben az esetben háromjegyű) számból.
Vagyis: $893 - 2 \cdot 2 = 889$.
Folytassuk az eljárást: $88 - 2 \cdot 9 = 70$.

Mivel a 70-ről tudjuk, hogy osztható 7-tel, ezért a 8932 is osztható 7-tel. (Ha olyan számhoz jutunk, ami nem osztható 7-tel, akkor az eredeti sem osztható 7-tel.) Ezzel az eljárással olyan nagy számokról is tudunk dönteni, amelyekről számológéppel nem.

A 7-es szám előfordulásai: 7 hang van a zenei skálán, 7 napból áll egy hét, 7 vezér van a magyar történelemben, 7 bő és 7 szűk esztendőről ír a Biblia, 7 szentség, 7 erény, 7 főbűn van, és folytathatnánk tovább. Sokszor szerepel filmek címében is: A hét szamuráj, A hét mesterlövész, Hét év Tibetben, A hetedik tekercs, Hetedik mennyország, … , és a mindennapi szóhasználatunkban, mesékben is megtaláljuk: hétpecsétes titok, hetedhét ország, hétfejű sárkány, hét törpe, hétmérföldes csizma, … .

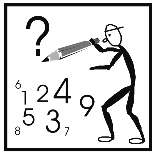
Most készítsünk egy 13-mal osztható számot: $275 \cdot 13 = 3575$.

Osztható-e 13-mal a 3575? A döntéshez az utolsó számjegy négyszeresét adjuk az őt megelőző (ebben az esetben háromjegyű) számhoz.
Vagyis: $357 + 4 \cdot 5 = 377$.
Folytassuk az eljárást: $37 + 4 \cdot 7 = 65$.
Következő lépés: $6 + 4 \cdot 5 = 26$.
Mivel a 26 osztható 13-mal, ezért a 3575 is. (Ha olyan számhoz jutunk, amiről tudjuk, hogy nem osztható 13-mal, akkor az eredeti sem osztható.)

A 13-as szám előfordulása is nagyon gyakori: péntek 13, a babonás emberek félnek a 13-tól, de van, aki szerencseszámnak tartja, az utolsó vacsora asztalánál 13 fő látható, ismert az aradi 13 a magyar történelemből, … .

Láthatjuk, hogy a 7 és a 13 az oszthatósági szabályaik miatt az érdekes számok közé tartozik, ezért is épülhetett köréjük sok történet, hiedelem, babona. Végezetül megfogalmazunk néhány matematikai kérdést, amire keressük a választ. Vajon a fent említett két eljárás miért jó? Hogyan lehetne ezeket igazolni? Lehet-e ezek mintájára további oszthatósági szabályokat készíteni? Tudunk-e közvetlen szabályt készíteni például a 21-es oszthatóságra?

Ezekre a kérdésekre majd egy következő alkalommal válaszolunk!



S Z Á M R E J T V É N Y E K

rovatvezető: Csordásné Pásti Natália

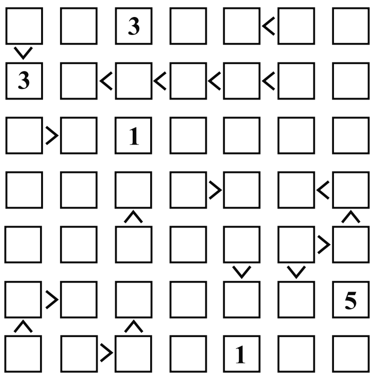
Az előző hónapban kitűzött számberakó rejtvény megfejtése az 1. ábrán látható.

A 2. ábrán a februári rejtvényt találjátok. A négyzetrácsot 1; 2; 3; 4; 5; 6 és 7 számokkal kell kitölteni úgy, hogy a sorokban és oszlopokban mindegyik számjegy pontosan egyszer szerepeljen. Néhol a négyzetek között relációs jelek vannak, melyek azt jelzik, hogy a két szomszédos négyzetbe írt szám közül melyik a nagyobb vagy kisebb. Néhány négyzetbe beírtuk a megfelelő számot.

A feladványt letölthetitek a *www.mategye.hu* honlapról is. A letöltés a nevezéshez használt sorszám és jelszó beírása után lehetséges. A beküldött megoldáson feltétlenül legyen rajta a neved, az évfolyamod és a nevezéskor használt sorszámod! A megoldást ugyanerre a címre küldendő más rovat megoldásával is beküldheted.

2	3	2	3	1
4	5	4	5	4
1	2	1	2	3
3	4	3	4	1
5	1	2	5	2
2	4	3	1	3
3	5	2	4	2
1	4	1	3	1

1. ábra



2. ábra

A feladvány beküldési címe:

MATEGYE Alapítvány
6001 Kecskemét, Pf. 585

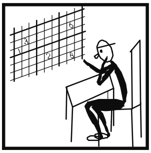
Beküldési határidő: 2024. március 12.

* * * * *

Légibemutató

Egy légibemutatón a repülőgépek egyenlő oldalú háromszöget alkotó kötelékben repülnek. Mindegyik sorban eggyel több gép repül, mint az előzőben. Dezsőke elkezdte számolni a felszálló gépeket, de belezavarodott a számolásba. Annyi biztos, hogy 50-nél több, de 60-nál kevesebb gép szállt fel. Egy idő után négy gép kivált a kötelékből és hazarepült. A többiek két alakzatot hoztak létre: egy négyzetet és egy egyenlő oldalú háromszöget. Hány gép szállt fel és hány gépből álltak az egyes alakzatok a bemutató második részében?

A fejtörő megoldása a 25. oldalon olvasható.



S U D O K U

rovatvezetők: Csordásné Pásti Natália és Csordás Péter

A mellékelt ábra tartalmazza az előző havi sudoku helyes megoldását (lásd 1. ábra).

Az előző hónapokban feladott sudoku feladványokra beérkezett megoldások javítása folyamatosan történik.

Az új feladvány egy Hyper Sudoku, ami a 2. ábrán látható. Ez a feladvány a hagyományos Sudoku feladványoktól annyiban tér el, hogy a szürkével besatírozott 3×3-as részekben is egyszer kell szerepelnie a számoknak 1-9-ig. Az ezzel kiegészített szabályoknak megfelelően kell a feladványt kitölteni és beküldeni.

6	**4**	5	3	9	**2**	**1**	**8**	7
2	3	7	5	**1**	8	6	4	**9**
9	1	**8**	6	7	4	2	3	**5**
4	7	2	8	6	1	**9**	5	3
3	9	1	4	2	**5**	8	7	6
8	5	**6**	9	**3**	7	**4**	**1**	2
1	**2**	3	**7**	8	6	5	9	4
5	6	9	1	4	3	7	2	**8**
7	8	**4**	2	**5**	9	**3**	**6**	1

1. ábra

A feladvány letölthető az internetről is, a *www.mategye.hu* honlapról. A letöltés a nevezéshez használt sorszám és jelszó beírása után lehetséges.

A megoldást az újságban is elkészítheted, ebben az esetben másold át egy négyzethálós lapra, esetleg fénymásold ki az újságból, és küldd el címünkre! A beküldött megoldáson tüntesd fel a neved, az osztályod és a nevezéskor használt sorszámot! Csak az ezekkel az adatokkal ellátott megfejtések vesznek részt a versenyben. A megoldásodat az ugyanerre a címre küldött másik rovat megoldásával is beküldheted, például a Számrejtvények.

7		**3**			**9**			**4**
9				**8**		**6**	**3**	
5								**7**
2					**7**			
						1	**2**	
		2						
	1		**4**		**3**	**7**		
8		**5**				**2**		**3**

2. ábra

A feladvány beküldési címe:

MATEGYE Alapítvány
6001 Kecskemét, Pf. 585

Beküldési határidő: 2024. március 12.

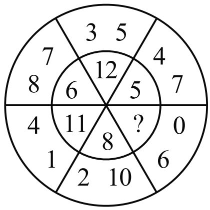
Jó szórakozást a feladványhoz!

L O G I - S A R O K

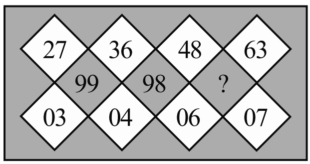
rovatvezető: Tuzson Zoltán

A kitűzött feladványok

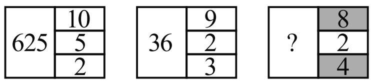
L. 631. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



L. 632. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



L. 633. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



Jó szórakozást és hasznos időtöltést kívánunk!

* * * * *

F I G Y E L E M !

A Logi-sarok feladatai nem szerepelnek a pontversenyben, ezért kérjük, hogy ne küldjétek be a feladatok megoldásait! A megoldások nem kerülnek értékelésre.

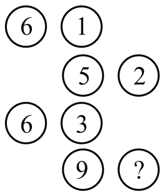
A korábban kitűzött feladványok megfejtése

L. 628. Mit írjunk a kérdőjel helyére?

16	06	68	88	?	98

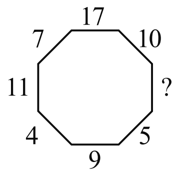
Megfejtés: Vegyük észre, hogy jobbról balra fejjel lefele, a 86; …, 88; 89; 90; 91 számok következnek, ezért a hiányzó szám a 87 fejjel lefele.

L. 629. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



Megfejtés: Vegyük észre, hogy soronként visszafele (jobbról balra) olvasva a számjegyeket a 16; 25 és 36 négyzetszámokat kapjuk, ezért a 49 következik.

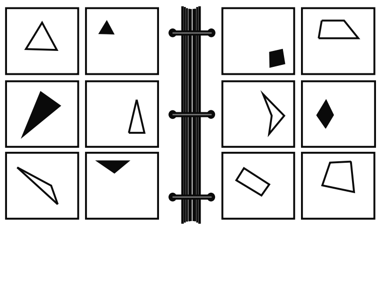
L. 630. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



Megfejtés: Vegyük észre, hogy a vízszintes és függőleges oldalakra írt számok a két szomszédos oldalra írt számoknak az összege, ezért $? = 10 + 5 = 15$.

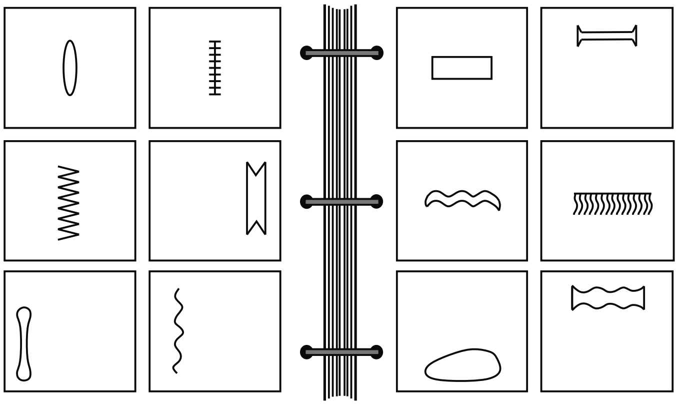
Bongard problémák

BP. 5. Miben különböznek az első csoport ábrái a második csoport ábráitól?



Megfejtés: Figyeljük meg a bal, illetve a jobb oldalon elhelyezkedő alakzatokat. Miután észrevesszük, hogy vannak háromszögek, négyszögek, sötétek és világosak, belátható, hogy a bal oldalon csak háromszögek, a jobb oldalon csak négyszögek vannak.

BP. 6. Miben különböznek az első csoport ábrái a második csoport ábráitól?



* * * * *

„Légibemutató” megoldása

55 gép szállt fel. Az első sorban 1 gép, a másodikban 2, a harmadikban 3 és így tovább. Ha az alábbi ábrát folytatjuk, a jobb oldali oszlopban megkapjuk az úgynevezett háromszögszámokat: 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, … . Az oszlop tizedik sorában 55 áll, ami az egyetlen 50 és 60 közötti háromszögszám. Tehát 55 gép szállt fel és ezek 10 sorban repültek.

sor		gépek száma
1.	•	1
2.	• •	1+2=3
3.	• • •	1+2+3=6
4.	• • • •	1+2+3+4=10

Miután négy gép kivált a kötelékből, maradt 51. Ezt kell egy háromszögszám és egy négyzetszám összegeként írni. Kis türelemmel megkapjuk az egyetlen megoldást: $51=15+36$. Tehát Dezsőke a bemutató második részében egy ötsoros háromszög $(1+2+3+4+5=15)$ és egy hatsoros négyzet $(6\cdot 6=36)$ alakú kötelékben gyönyörködhetett.

A fejtörő szövege a 21. oldalon olvasható.

Miholcsa Gyula – LABIRINTUS – Logikai és egyéb fejtörők

M A T E M A T I K A I   P R O B L É M Á K

rovatvezető: Csete Lajos

A kitűzött problémák

MP. 416. Egy digitális óra mutatja az órákat és a perceket. Például az 5 óra 7 percet így mutatja: 05 : 07. Az X gyerek odament az órához és észrevette, hogy a digitális óra éppen egy úgynevezett palindrom óra : perc kijelzést mutat, vagyis $ab : ba$ alakú a digitális órán kijelzett idő, azaz balról és jobbról kiolvasva is ugyanaz a számjegyek sorrendje. Az X gyerek elhatározta: nem gondolkodik rajta, hogy ezután mikor jelenik meg a legközelebbi palindrom óra : perc kijelzés, hanem kivárja. A makacs X gyerek ezután 4 órát várt türelmesen, de ezalatt még nem jelent meg palindrom számkijelzés.
Mennyi ideig kell még várnia ehhez?

MP. 417. Két úriember sétál egy sugárúton. Egyszerre indulnak el a sugárút két ellentétes végéről és a sugárút közepétől 50 méterre találkoznak először. Amikor elérik a sugárút végét, azonnal megfordulnak és változatlan sebességgel visszasétálnak. Az urak még kétszer találkoznak szemtől szemben, majd az egyik utoléri a másikat a sugárút egyik végénél. Mekkora a sugárút hossza?

Jó munkát kívánok!

A megoldások beküldési határideje: 2024. március 12.

Beküldési cím:
Csete Lajos 9023 Győr, Corvin u. 29. III/3.

Korábban kitűzött feladatok megoldásai

MP. 412. Keressük meg azt a legkisebb pozitív egész n számot, amelynél bárhogyan írjuk fel a 10^n számot két pozitív egész szám szorzataként, a két pozitív egész szám közül legalább az egyik tartalmaz 0 számjegyet (a 10-es számrendszerbeli helyi értékes felírásában)!

Megoldás: $10^n = (2 \cdot 5)^n = 2^n \cdot 5^n = a \cdot b$
Ha az a, illetve a b közül egyik szám 2-t és 5-öt tartalmaz a prímtényezős felbontásában, akkor az a szám biztosan 0-ra fog végződni. Így annak az egyetlen módja, hogy a szorzatbeli egész számaink ne végződjenek 0-ra az, hogy $a = 2^n$ és $b = 5^n$ (vagy felcserélve) legyen a két pozitív egész szám.

Meg kell találnunk a legkisebb n-et, amelyre az egyik ilyen egész szám felírása tartalmaz 0 számjegyet. Kezdjük meg a 10 hatványok vizsgálatát!

$10^1 = 2 \cdot 5$

$10^2 = 2^2 \cdot 5^2 = 4 \cdot 25$

$10^3 = 2^3 \cdot 5^3 = 8 \cdot 125$

$10^4 = 2^4 \cdot 5^4 = 16 \cdot 625$

$10^5 = 2^5 \cdot 5^5 = 32 \cdot 3125$

$10^6 = 2^6 \cdot 5^6 = 64 \cdot 15\,625$

$10^7 = 2^7 \cdot 5^7 = 128 \cdot 78\,125$

Eddig nem volt 0 egyik ilyen szám 10-es számrendszerbeli felírásában sem. Ámde $10^8 = 2^8 \cdot 5^8 = 256 \cdot 390\,625$. Így megtaláltuk a legkisebb pozitív egész n-et, amelyet a probléma keres: $n = 8$.

Bozóki Zénó 7. osztályos tanuló (Zuglói Hajós Alfréd Ált. Isk., Budapest XIV.) megoldása.

Megoldotta még:
Dömők Dávid 6. osztályos tanuló (Kőbányai Keresztury Dezső Általános Iskola, Budapest),
Holderith Anna 8. osztályos tanuló (XVI. Kerületi Jókai Mór Általános Iskola, Budapest).

1. megjegyzés: Két beküldőnk félreértette a problémát. Nem az volt a feladat, hogy melyik az a legkisebb kitevőjű 10 hatvány, amelynek **van olyan szorzat alakja,** amelyben az egyik tényező 10-es számrendszerbeli felírása 0-t tartalmaz. Hanem az, hogy a 10 hatvány **bármely** problémabeli **szorzat alakú felírásában** legalább az egyik tényező tartalmazzon 0-t a helyi értékes alakjában.)

2. megjegyzés: A problémát a következő helyről vettük:
Scott A. Annin: *A Gentle Introduction the American Invitational Mathematics Examination*, 2014. PDF fájl. A 60. oldalon az Example 4.2.7. A vidám Scott A. Annin professzor úr a *The California State University* tanára és nyaranta hegyi túravezetőként kapcsolódik ki.

MP. 413. Milly Miffin egy muffinnal többet sütött, mint Molly édesanyja. Milly Miffin édesanyja egy muffinnal többet sütött, mint Molly. Milly Miffin, Molly édesanyja, Molly és Milly édesanyja összesen 50 muffint sütött. Másrészt Milly és Molly édesanyja 4 muffinnal többet sütött, mint Molly és Milly édesanyja. Milly hány muffint sütött?

Megoldás:

Milly Miffin: A darab muffint sütött.

Milly édesanyja: B darab muffint sütött.

Molly: C darab muffint sütött.

Molly édesanyja: D darab muffint sütött.

Így:
(1) $A=D+1$,
(2) $B=C+1$,
(3) $A+B+C+D=50$,
(4) $A+D=B+C+4$.
Oldjuk meg a lineáris egyenletrendszert!
A (3) egyenletet átalakítva az (1) és a (2) egyenlet segítégével kapjuk, hogy $A+B+A-1+B-1=50$, azaz $2A+2B=52$, tehát
(5) $A+B=26$.
Most a (4) egyenlet mindkét oldalához adjunk 1-et:
$A+D+1=B+C+1+4$.
Felhasználva az (1) és a (2) egyenletet kapjuk, hogy $2A=2B+4$, ebből pedig következik a
(6) $A=B+2$ egyenlet.
Az (5) egyenletbe behelyettesítve az A-t a (6) egyenletből
$B+2+B=26$, ezt megoldva kapjuk, hogy $B=12$.
Ezt behelyettesítve a (6) egyenletbe kapjuk, hogy $A=14$.
Tehát Milly 14 muffint sütött.

Zawadowski Júlia 7. osztályos tanuló (ELTE Apáczai Csere János Gyakorló G., Bp.) megoldása.

Megoldotta még:
Bozóki Zénó 7. osztályos tanuló (Zuglói Hajós Alfréd Általános Iskola, Budapest XIV.),
Dervalics Anna 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg),
Dömők Dávid 6. osztályos tanuló (Kőbányai Keresztury Dezső Általános Iskola, Budapest),
Holderith Anna 8. osztályos tanuló (XVI. Kerületi Jókai Mór Általános Iskola, Budapest),
Kádár Luca 8. osztályos tanuló (Veres Péter Gimnázium, Budapest III.),
Pocsay Bence Máté 8. osztályos tanuló (Földes Ferenc Gimnázium, Miskolc),
Sőtér Hunor Marcell 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg),
Sőtér Jázmin Sára 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg).

Megjegyzés: A problémát a következő helyről vettük:
Jim Totten's Problems of the Week (Editors: John Grant McLoughlin, Joseph Khoury, Bruce Shawyer), World Scientific, New Jersey-London-Singapore, etc., 2013. A 79. oldalon a 100. probléma. A könyv nagyobb része inkább középiskolás tanulóknak és tanáraiknak való.
James Edward Totten (1947-2008) kanadai matematikaprofesszor volt. 1979-ben érkezett a halifaxi *St. Mary's University*-ről a *Caribbo College*-ba, amely jelenleg a *Thompson Rivers University* nevet viseli. Totten professzor úr 2003-2008 között a *Crux Mathematicorum* problémamegoldó folyóiratot szerkesztette, amelyet ajánlunk a középiskolai tanulóknak és tanáraiknak. A folyóirat díjtalanul letölthető: https://cms.math.ca/publications/crux/

„Egész itteni pályafutása alatt heti rendszerességgel matematikai rejtvényt tett ki a matematikai laborok előtti hirdetőtáblára. El tudják képzelni, milyen nehéz lehet 28 éven keresztül minden héten érdekes matematikai rejtvényt adni?”
„Pályafutása során Dr. Totten a helyi általános és középiskolákhoz is eljutott rejtvényekkel és feladatokkal. Az ő érdeme, hogy a helyi középiskolai matematikaversenyt tartományi szintű rendezvénnyé bővítette, amely immár 37 éve tart.” (Rick Brewster)
https://inside.tru.ca/2009/05/08/sharing-mathematics-a-tribute-to-dr-jim-totten-conference-at-tru/

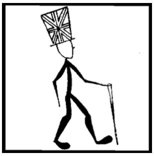
* * * * *

A mágnes felfedezésének legendája

A mágneses jelenséget az emberek már kb. 2500 évvel ezelőtt megtapasztalták. Szerte a világon sokféle legenda él arról, hogyan találták meg a mágneses vasércet. Egy ilyen legenda MAGNESIA (a mai törökországi MANISA) városához kötődik.

Élt egy pásztor a magnesiai hegyek között, aki nap mint nap szorgalmasan terelgette juhait a legelőkön. Egy alkalommal néhány engedetlen bárány elszaladt a nyájtól, s a pásztor keresésükre indult. Ismeretlen helyre tévedt, s megfigyelte, hogy a legelőn körös-körül sokféle fekete kő látható. Ezek látszatra nem sokban különböztek más kövektől, de amikor egy ilyen kőre lépett megdöbbenve érezte, hogy cipője vasalata, mintha odaragadt volna. Botjával a kőhöz nyúlt, s legnagyobb meglepetésére a bot végének vasalata szintén a kőhöz tapadt. Megpróbálta a bot vasalatlan másik végével megérinteni a követ, ekkor semmit nem tapasztalt. Felfedezését elhíresztelte a faluban, s az emberek kíváncsian igyekeztek kipróbálni a juhász által állítottakat. Megdöbbentek amikor a juhász által mondottakat ők is igaznak találták, s a csodálatos köveket a városukról mágneseknek nevezték el. Félelem töltötte el őket a kő viselkedésével kapcsolatban, magyarázatot nem tudtak adni a jelenségre. Még inkább titokzatossá vált előttük az addig ismeretlen kőzet, amikor valamelyikük kitalálta, hogy egy madzag segítségével függesszék fel az egyik követ. Megfigyelték, hogy a felfüggesztett kő mindig egyazon irányba állt be, ha ki is térítették ebből, visszatért eredeti helyzetébe. Évszázadokon át sok-sok tudós ember próbálta magyarázatát adni a mágneses jelenségnek. Közülük kiemelkedik a XVII. században Angliában élt W. GILBERT. Ő nemcsak meglepően objektív módon rendszerezte a megismert mágneses jelenségeket, hanem kifejtette azon gondolatát is, mely szerint: *„… a mágneses hatás a mágnes minden oldaláról kiáramlik.”* Ez egy olyan állítás, mely igen közel áll a mágneses mezőről alkotott mai elképzeléseinkhez.

Bonifert Domonkosné – Schwartz Katalin: Lyukasóra fizikából



M A T H S

rovatvezető: Pilter Adorján

In December we were dealing with mathematics and poetry.
Here are another 2 nice pieces sent by Míra and Nimród Murányi:

If you want to know my age
take a dozen and a score
divide them with eight
plus two times the root of nine

(solution: we leave that to you, dear reader)

e to the i pi
and 1 bit more
is the center of the
number line and
the great number zero

(solution: $e^{i\pi} + 1 = 0$[1])

* * * * *

Last month we looked at the last banana problem. There were some questions to think about:

1. So, who do you want to be?
Our intuition tells us that it's better to be player 1.

2. Also, why?
It seems that there are more numbers for that player to win.

However, after playing this game several times, we can get the following results. (I ran 10 simulations using Microsoft Excel to see what would happen. Of course, the more simulations/trials you have the more accurate is your result. This sample, however, demonstrates the situation well for our purposes.) The last row of the table contains the total wins of Player 1 and Player 2.

[1] this requires some familiarity with complex numbers too

Numbers in the percentage wins total are rounded to the nearest integer):

Number of wins		Percentage (%) of wins	
Player 1 wins	Player 2 wins	Player 1 wins	Player 2 wins
21	29	42%	58%
26	24	36%	64%
20	30	44%	56%
23	27	40%	60%
24	26	32%	68%
18	32	38%	62%
24	26	50%	50%
23	27	42%	58%
28	22	46%	54%
19	31	48%	52%
209	**291**	**42%**	**58%**

3. What does your table suggest?

This table suggests that Player 1 hardly ever wins more rounds than Player 2.

4. Who do you want to be now in this Last banana game?
It makes sense to decide to be Player 2 in this game.

5. Is this what you expected?
No, definitely not. Our intuition was misleading us.

Now, let's look at the mathematics behind the game.
Is there a way we can list all the possible outcomes?
We can make a grid with numbers rolled on each dice:

Dice2 /Dice 1	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Now, remembering the rule of the game, we can enter who wins a round with the given numbers rolled:

Dice2 /Dice 1	1	2	3	4	5	6
1	1	1	1	1	2	2
2	1	1	1	1	2	2
3	1	1	1	1	2	2
4	1	1	1	1	2	2
5	2	2	2	2	2	2
6	2	2	2	2	2	2

We can see that 16 outcomes result in Player 1 winning and 20 outcomes result in Player 2 winning of the total of 36 outcomes. If we look at favourable cases over total cases and assume that each outcome is equally likely we see that Player 1 has a $\frac{16}{36} = 44\%$ (rounded to the nearest integer) chance of winning. Player 2 has $\frac{20}{36} = 56\%$ chance of winning.

There are some further questions to consider:

- would you expect more sixes to be rolled than fives?
- how about more sixes than threes?
- If you were to play the game 60 times, how many fives would you expect to see?
- Would it be normal to roll 15 sixes?

Your answers can be sent to:

abacus@mategye.t-online.hu
Please write "MATHS" into the subject field.

* * * * *

„A szerencsés foglyok” megoldása

Összesen 20 rabot enged el, a „négyzetszámos cellák” rabjait. Ugyanis a négyzetszámok azok, melyeket az első őr forgatja (nyit), valamint a szám gyökének őre is forgatja (zár), valamint a szám őre is forgatja (nyit). A négyzetszámok 400-ig: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225, 256, 289, 324, 361, 400.

A fejtörő szövege a 18. oldalon olvasható.
Logikai egypercesek – Trükkös feladványok

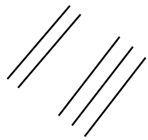
M A T H E M A T I K

rovatvezető: Nagy Barbara

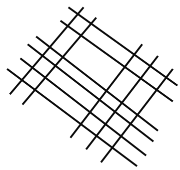
Chinesisches Multiplizieren

Der Trick, den wir in diesem Monat lernen, stammt aus China, und zeigt euch eine interessante Methode, wie ihr mit Hilfe von Linien zwei- oder dreistellige Zahlen multiplizieren könnt. Bei kleineren Zahlen funktioniert die Methode besonders einfach. Berechnen wir: $23 \cdot 42$.

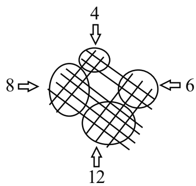
1. Schritt: Zeichnen wir für die Zahl 23 zuerst 2 parallele Geraden von links unten nach rechts oben, und dann nach einer Lücke noch 3 Geraden!



2. Schritt: Zeichnen wir für die Zahl 42 zuerst 4 parallele Geraden von links oben nach rechts unten, und dann nach einer Lücke noch 2 Geraden, die über den 4 Geraden sind.



3. Schritt: Berechnen wir die Schnittpunkte!



4. Schritt: Addieren wir die zwei Zahlen, die übereinander liegen!

$4+12=16$

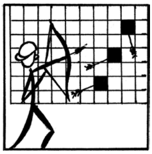
5. Schritt: Wenn alle Zahlen einstellig sind, schreiben wir die Zahlen nacheinander! (Zuerst die linke Zahl, dann die Summe, endlich die rechte Zahl).

Wenn die Anzahl der Schnittpunkten zweistellig ist (wie bei der Summe in unserem Beispiel), dann addieren wir die erste Ziffer dieser Zahl zur Zahl links davon, und schreiben wir die Zahlen so nacheinander!

8, dann 16 (das ist zweistellig), letztlich 6.

Wir zerlegen die Zahl 16 auf 1 und 6, und deswegen addieren wir 1 zu 8. Die Zahl ist also: $8+1=9$, dann 6, letztlich 6.

Das Ergebnis ist 966.



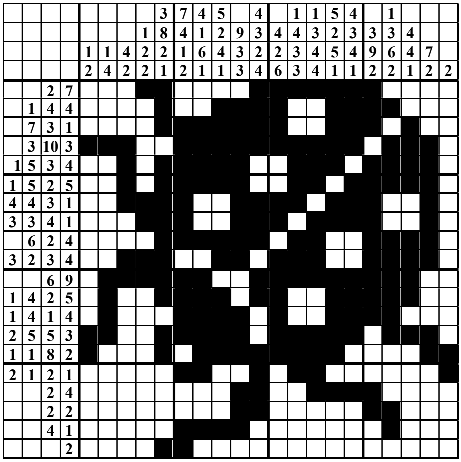
L O G I G R A F I K A

rovatvezető: Pusztai Ágota

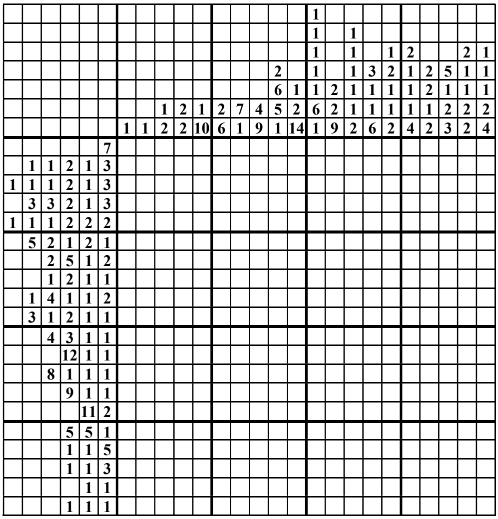
Lássuk először az előző havi feladvány megoldását! Ha jól színeztetek, akkor a képen egy katicabogár látható (1. ábra). A 2. ábrán az új rejtvényt találjátok, amelynek megoldását a korábbiakban megadott módon várjuk a szerkesztőség címére.

Még egyszer felhívom a figyelmeteket arra, hogy ha nem az eredeti megoldást külditek be, hanem egy tisztázott, átmásolt változatot, akkor nagyon ügyeljetek arra, hogy minden kis négyzet megfelelően legyen színezve! Már egy négyzet tévesztése is pontvesztéssel jár, még akkor is, ha ez egyértelműen csak figyelmetlenségből történt! Vigyázzatok jobban a pontjaitokra! A helyesen színezett ábra fel nem ismerése vagy félreismerése viszont nem jelent pontlevonást, nagyon jókat szoktam derülni azon, hogy miket láttok bele egy-egy ábrába!

A logigrafika ábrája letölthető a *www.mategye.hu* honlapról. Ez a nevezéshez használt sorszámmal és jelszóval lehetséges. A megoldásra írd rá neved, osztályod és a nevezéskor használt négyjegyű sorszámodat. Az elkészített megoldást zárt borítékban küldd el az alábbi címre:



1. ábra



2. ábra

ABACUS Logigrafika 1437 Budapest, Pf. 774

Beküldési határidő: 2024. március 12.

Jó szórakozást a feladványhoz!

S A K K - S A R O K

rovatvezető: Karácsonyi Kata

Merre mennek a bábok?

…
– Nézze, Holmes, maga bizonyította be az imént, hogy sötétnek nem volt lépése.
– Azt valóban bizonyítottam, hogy a sötét királynak nem volt lépése. De nem mondtam azt, hogy sötétnek ne lett volna!
– Ugyan már – kiáltottam –, a sötét király az egyetlen sötét báb a táblán!
– Pillanatnyilag valóban a király az egyetlen sötét báb a táblán – helyesbítette Holmes – pillanatnyilag! De ez nem jelenti azt, hogy ne lett volna másik sötét báb is a táblán, mielőtt világos utoljára lépett.
– Ó, hát persze – nyögtem. – De ostoba is vagyok. Világos az utolsó lépésével üthetett egy sötét bábot. Csak hát – motyogtam még tanácstalanabbul – ha az e5, illetve a d4 gyalog lépett, nem üthetett.
– Amiből mindössze annyi következik, barátom – nevetett Holmes – hogy az ön nagyérdemű föltételezése, hogy világos utolsó lépése a két gyalog valamelyikével történt, téves!
– Téves? – kiáltottam rémülten. – Hogy lehetne téves? Ám akkor valami derengeni kezdett. – Jóságos ég, hát persze! – kiáltottam diadalmasan. – Látom már a lényeget. Világos utolsó lépése ez volt: az addig g2-n álló gyalogjával ütött egy sötét bábot h3-on. Ez az ütés egyben felfedett sakkot adott a futóval.
– Csinos próbálkozás, Watson. De attól félek, semmit sem magyaráz meg! Ha világos gyalog állt g2-n, hogy az ördögbe juthatott világos futó h1-re? Ezt mondja meg!
– Akkor ez az állás egyszerűen lehetetlen!
– Ó, csakugyan? No, no, no... ez akkor újabb példája csupán annak, amit gyakran megállapítottam: hogy a meggyőződés, legyen bármi szilárd is, nem mindig szavatolja az igazságot.
– Jó, de ha egyszer minden lehetőséget kimerítettünk? – nyögtem fel.
– Egy híján minden lehetőséget, Watson. A jelek szerint az egyetlen reális lehetőséget nem találtuk még meg.
– Hát jó. Nézzük végig a lehetőségeket, egyenként és alaposan. Bizonyítottuk, hogy sem a d4-en, sem az e5-ön álló gyalog nem léphetett utoljára világos részéről. Ugyanez áll a h3-gyalogra. Valamint a h1-en álló futó sem léphetett utoljára. És az sem vitás, hogy a c5 futó sem léphetett, és a vezér ugyanígy nem. És kézenfekvő, hogy a világos királyé sem lehetett az utolsó lépés.
– Eddig tökéletesen egyetértek.

– Holmes, akkor hát bizonyítottuk, amit akartunk. Egyetlen világos bábnak sem lehetett utolsó lépése!
– Tévedés! – kiáltotta Holmes diadalmasan. – Erre a következtetésre végképp nem bólinthatok rá.
– Egy pillanat – mondtam, egy kicsit már magamon kívül. – Végigvettem a táblán fellelhető valamennyi világos bábot.
– Igen – mondta Holmes, s látszott, rendkívül jól mulat tanácstalanságomon. De nem vette figyelembe azokat a világos bábokat, amelyek nincsenek a táblán!
Most már végképp kételkedni kezdtem ép elmémben.
– Ha világos lépett utoljára, annak a bábnak a táblán kell lennie most is, mert sötét eleve nem is lépett... hogy leüthesse!
– Tévedés – közölte Holmes – sőt, ebben rejlik a maga tévelygésének alapja, Watsonom.
Itt megdörzsöltem a szemem, titkon belecsíptem bal orcámba is: ébren vagyok-e, netán csak álmodom? Fegyelmeztem magam, de már erőm végén járva kérdeztem meg:
– Holmes, feleljen. Tényleg úgy gondolja, hogy egy báb, melyet nem ütnek le, eltűnhet a tábláról?
– Nem gondolom, hanem ez így van – mondta a legnagyobb hidegvérrel Holmes. – Ez egészen közönséges tény. És a sakkban egyetlen bábbal történhet meg ilyesmi, egyetlen fajta bábbal...
– A gyaloggal! – kiáltottam, és lassan átjárt a megkönnyebbülés szent borzongása. – Hát persze, a gyalog, ha eléri az utolsó sort, átváltozik. Csakhogy nem látom, mennyiben segítheti ez a körülmény a jelenlegi helyzet megoldását? Hát persze! Egy gyalog átváltozhatott a h1-en álló futóvá. Ami természetesen azt jelenti, hogy világos „Észak". Csakhogy ez... hogyan enged utolsó lépést sötétnek? Vagy úgy! Megvan. Az átváltozott világos gyalog g2-n állt, aztán ütött egy sötét bábot h1-en; és előtte ez a sötét báb lépett „Dél” részéről utoljára. Világos volt „Észak"!
– Nagyszerű Watson – mondta nyugodt mosollyal már Holmes.

A januári feladványok megfejtései

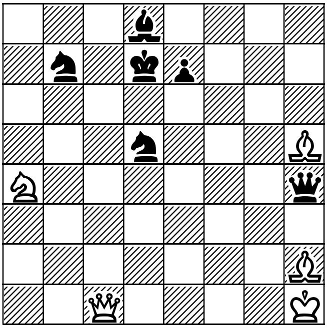
Az első feladvány: 1.f4 Fg5 2.g3#

A második feladvány: 1.Ve6 Ba7+ 2.Kb6 Bb7+ 3.Kc6 Bc7+ 4.Kd6 Bfxe7 5.Vg8#

A harmadik feladvány: 1.Fb7 Kc7 2.Fa6 Kxb8 3.Kd6 Ka8 4.Kc7 d5 5.Fb7#

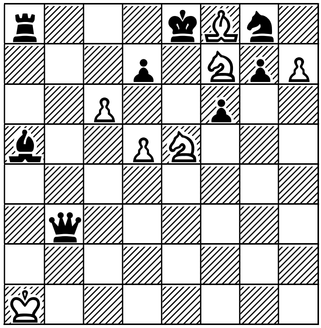
A negyedik feladvány: 1.c7 Kxc7 2.axb6+ Kxb8 3.b7 Kc7 4.bxa8=V

Feladványok



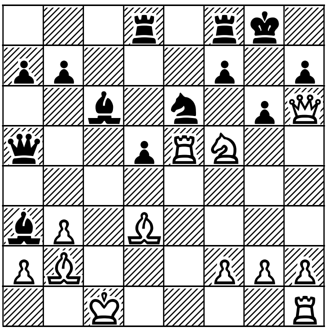
*

1. feladvány: Világos indul és matt 2 lépésben!



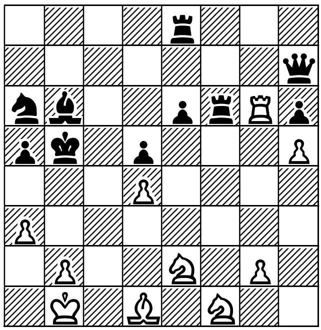
**

2. feladvány: Nem egy szokványos mattkép, de annál szebb. Világos lép!



***

3. feladvány: Ebben a feladványban a királyon és a h1 bástyán kívül az összes figura kulcs. Világos lép és matt 4-ben!



*****

4. feladvány: Fonalas matthálóval 5 lépésben matt. Világos lép!

A megoldások beküldési határideje: 2024. március 12.

Beküldési cím: ABACUS Sakk 1437 Budapest, Pf. 774

Kérjük, a borítékra írjátok rá „Sakk-sarok"!

F I Z I K A R O V A T

rovatvezető: Szatmáry Zsolt

A kitűzött feladatok

861. (*mérési/kifejtős feladat*) Találj ki mérési módszert, majd mérd meg, hogy egy táblatörlő szivacs térfogatának hány százaléka levegő! Ugyanezzel a módszerrel mérd meg, hogy a szárazhomok térfogatának hány százaléka levegő, azaz mennyire porózus! Végezz legalább 4 mérést a homokkal!

Szatmáry Zsolt

862. (*7.*) Egy $1800\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességgel haladó igen kicsiny (pontszerűnek tekinthető) lövedék 3 cm vastag deszkán áthaladva $360\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességre lassul le egyenletesen. Legalább hány milliméter vastag (ugyanilyen anyagú) deszka kellene ahhoz, hogy abban megálljon?

Szatmáry Zsolt

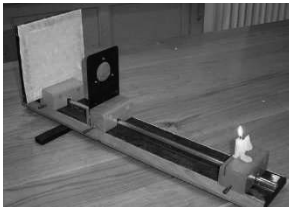
863. (*7., 8.*) Mágneses lebegtetésű (maglev), 20 tonnás szerelvényt vízszintes tesztpályán, a-melyen a súrlódás elhanyagolható, állóhelyből indítva 100 000 N erővel gyorsítják 10 másodpercen keresztül, majd a gyorsító erőt lecsökkentik 50 000 N-ra, és ezzel még további 1500 méter úton gyorsítják a vonatot. Mekkora lett a végsebessége, és mennyi ideig tartott összesen a gyorsítás? Mekkora munkát végzett a gyorsító erő a teljes gyorsítás alatt? (A közegellenállást elhanyagolhatjuk.)

Szatmáry Zsolt

864. (*8*) Egy külföldi webáruházban kapható napenergiát hasznosító, kicsire összecsukható főzőberendezés, melyet hegymászók, túrázók nagyszerűen használhatnak. De olyan országokban is nagy szükség lehet ilyen vagy ehhez hasonló eszközre, ahol nincs elektromosáram-szolgáltatás. A leírásában szerepel, hogy a parabolatükör átmérője 180 cm, és merőleges beállításnál a rá eső napsugárzás energiáját gyűjti össze a jól

elnyelő, feketére festett, 25 dkg tömegű alumínium lábosra. A leírás tanúsága szerint 2 perc alatt lehet ezzel a berendezéssel fél liter vizet 5°C-ról 95°C-ra felmelegíteni. Becsüljük meg ezekből az adatokból a berendezés hatásfokát! Tegyük fel, hogy a melegítés kezdetén a lábos is 5°C-os, és a melegítés közben lényegében nem ad le a környezetének hőt, mert a lábos körül a hőmérséklet igen magas, 130°C. A napsugárzás teljesítménye szép napos időben a merőleges felületekre átlagosan 800 W/m^2. A víz fajhője 4200 J/(kg·°C), az alumíniumé 900 J/(kg·°C). (A sugárzás szempontjából a parabolatükör felülete megegyezik a merőleges helyzetben a kör területével.)

Szatmáry Zsolt



865. (*8.*) Optikai padon az ernyőt és a gyertyát egymástól 1 méter távolságban rögzítjük. Mozgatva egy gyűjtőlencsét az ernyő és a gyertya között, két helyen sikerül a gyertya éles képét létrehozni az ernyőn. A két helyzet egymástól 20 cm-re van. Mekkora a lencse fókusztávolsága? Mekkora a két esetben a nagyítás?

Szatmáry Zsolt

Beküldési határidő: 2024. március 12.

Beküldési cím:
ABACUS Fizika 1437 Budapest, Pf. 774

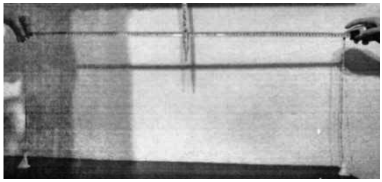
Korábban kitűzött feladatok megoldásai

851. *(Kifejtős feladat)* Kistelepüléseken ma is gyakori, hogy az elektromos vezetékek a levegőben haladnak. Modellezzünk egy ilyen vezetéket egy oszlopközben. Szúrj két hurkapálcikát gyurmába vagy puha radírba. Köss a két pálcikára ugyanolyan magasan egy 120–150 cm-es vizes cérnaszál két végét.

1. Vizsgáld meg az „oszlopok” távolságát (rögzített cérnahossz mellett) változtatva a belógás nagyságát. (Belógás: a cérnaszál legalacsonyabb pontjának a távolsága a vízszintestől.) Legalább 10 távolságnál mérj! Készítsd el a távolság-belógás grafikont. Készíts fotót az elrendezésről, és küldd be!

2. Vizsgáld meg rögzített oszloptávolságnál (pl. 100 cm) a különböző hosszúságú cérnák belógását! Itt is 10 esetben végezd el a mérést! Készítsd el a cérnahossz-belógás grafikont. Miért fontos ismerni a belógás mértékét különböző vezetékhosszúságoknál a gyakorlatban?

Szatmáry Zsolt



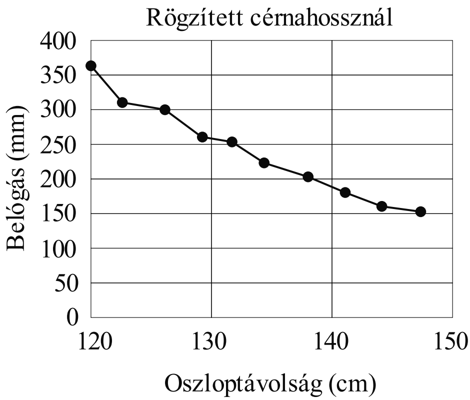
Megoldás: Ebben a hónapban sok nagyszerű megoldás érkezett. Ezúttal Sőtér Hunor Marcell 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg) által beküldöttek alapján készült megoldást közlünk.

Mérés célja: cérnaszál belógásának vizsgálata.

Mérés során használt eszközök: 2 db hurkapálcika, gyurma, cérnaszál, vonalzó, mérőszalag.

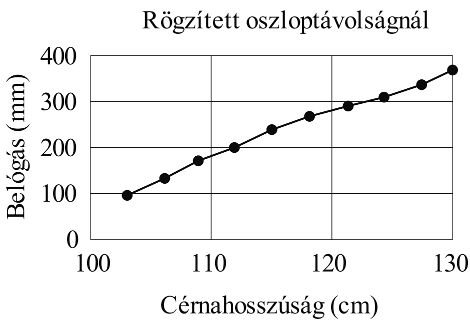
1. mérés: belógás vizsgálata rögzített cérnaszál hossznál (1,5 méter).

	"Oszlopok" távolsága (cm)	Belógás nagysága(mm)
1.	147	155
2.	144	165
3.	141	184
4.	138	205
5.	135	225
6.	132	255
7.	129	265
8.	126	295
9.	123	315
10.	120	365

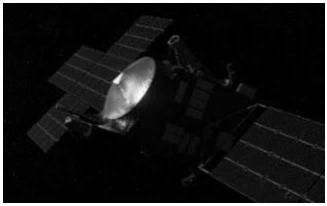


2. mérés: belógás vizsgálata rögzített oszloptávolságnál (1 méter).

	Cérna-hosszúság (cm)	Belógás nagysága(mm)
1.	103	90
2.	106	125
3.	109	165
4.	112	200
5.	115	230
6.	118	265
7.	121	290
8.	124	310
9.	127	330
10.	130	355



Megfordítottam a tengelyeket, és mindkét esetben a belógást ábrázoltam a függőleges tengelyen. A belógás mértékét azért fontos ismerni rögzített oszloptávolság esetén, mert meg kell felelnie különböző hatósági előírásoknak. A belógás mértéke függ a hőmérséklettől, hiszen a hőtágulás miatt nyáron nagyobb a vezeték hossza, mint télen. Fontos még ismerni a vezeték teherbírását, a rárakodó hó, zúzmara súlya miatt.



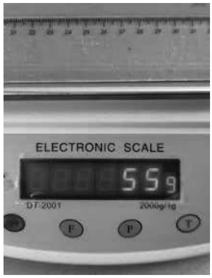
857. (*7.*) A Psyche szonda 2023. október közepén indult, hogy felfedezze az azonos nevű kisbolygót, amely a Mars és Jupiter közötti aszteroidaövben kering. A Psyche kutatószonda 16 millió kilométer távolságból küldött lézeres jelet a Földre, a NASA munkatársai pedig a San Diegó-i Palomar obszervatóriumban sikeresen vették az üzenetet. A művelet sikeresen igazolta a DSOC (deep space optical communications) nevű optikai távközlési technika űrbéli működését. A célzás pontosságát úgy jellemezték, mintha másfél kilométerről kellene lézermutatóval követni egy mozgó ötforintost. Becsüljük meg, mekkora távolságot tesz meg a Föld a világűrben a jel indítása és megérkezése között eltelt idő alatt, vagyis mennyivel kell „előrébb” célozni az űrszondáról.

Szatmáry Zsolt

Megoldás: Számoljuk ki, mekkora sebességgel halad a Föld a pályáján. Tekintsük a Föld pályáját körnek. A Föld 150 millió kilométer sugarú körpályáján egy év alatt tesz meg egy kört. Tehát a Föld sebessége: $v_F=\dfrac{\text{körpálya kerülete}}{\text{keringési idő}}=$ $=\dfrac{2\cdot\pi\cdot150000000}{365\cdot24\cdot3600}\approx30\,\dfrac{\text{km}}{\text{s}}$. (Ennek a hatalmas sebességnek a nagyságát jól mutatja, hogy egy űrhajóval ezzel a sebességgel haladva $3\frac{3}{4}$ óra alatt érnénk a Holdra.) Most számoljuk ki, hogy mennyi idő alatt ér a jel a Földre. A jel fénysebességgel halad, így: $t=\dfrac{s}{v}=\dfrac{16\,000\,000}{300\,000}\approx53\ s$. Ennyi idő alatt a Föld $30\cdot53=$ $=1590$ km utat tesz meg. Tehát nagyjából ennyivel kell elé célozni.
(Tegyük hozzá, hogy a célzásnál figyelembe kell venni a Föld forgásából származó távolságot is. Ez azonban kb. 50 km, és ez elhanyagolható ehhez a hatalmas értékhez képest.)

858. (*7., 8.*) Mária egy 50 grammos kis súllyal kiegyensúlyozta a vonalzóját az asztal szélén. Ebben a helyzetben a vonalzó éppen nem billent le az asztal széléről. A vonalzón a skála a vonalzó szélétől 1 centiméterre kezdődik, és az asztal széle 36,8 cm-es osztásjelnél van. A kis súlyt tartó kötél pont az utolsó, az 50 cm-es osztásnál van, amely a vonalzó szélétől szintén 1 cm-re van. Ezek alapján becsüld meg a vonalzó tömegét!

Szatmáry Zsolt



Megoldás: Ha éppen nem billen le a vonalzó, akkor a vonalzóra csak az asztal szélén és a ráfüggesztett kötélnél hat erő. A vonalzó közepén ható *mg*-nek és a kis súlynak az asztal szélén lévő alátámasztásra vonatkozó forgatónyomatéka kell, hogy megegyezzen. Az *mg* hatásvonalát a vonalzó közepénél véve, az erőkarja $36{,}8-25=11{,}8$ cm. A kis súly 50 cm-nél húzza a vonalzót, így az erőkarja $50-36{,}8=$ $=13{,}2$ cm. A forgatónyomatékok egyenlőségét felírva kapjuk: $mg\cdot 11{,}8=0{,}05\cdot g\cdot 13{,}2$. Ebből $m=\frac{0{,}05\cdot 13{,}2}{11{,}8}=0{,}056$ kg$=$ $=56$ g adódik. (Megjegyzés: digitális mérleggel 55 g-ot mérhetünk. Nyilván a kis eltérés abból ered, hogy nehéz megtalálni a pontos helyet, amelynél még nem billen le a vonalzó.)

859. (*8*) József családja 11,5 kg töltettömegű PB palackról működő, átfolyós vízmelegítőt használ. A házukba 15°C-os víz jön a hálózatról, és a bojler 40°C-os vizet ad megnyitáskor, 11 litert percenként. József egyik hónapban felírta, hogy mennyit használták a bojlert, és kijött, hogy egy palackról összesen 5 órát ment a bojler a szokásos módon. A bojler a műszaki adatai szerint 60%-os hatásfokkal működik, azaz a gáz elégetésekor felszabadult energia 60%-át tudja az átáramló víz melegítésére fordítani. Ezek alapján számítsuk ki, milyen tömegösszetételű a propán-bután gázelegy a palackban! A propán (C_3H_8) égéshője 50,3 MJ/kg, a bután (C_4H_{10}) égéshője 49,5 MJ/kg. A víz fajhője 4,2 kJ/(kg·°C).

Szatmáry Zsolt

Megoldás: 5 óra alatt $m_v=11\cdot 5\cdot 60=3300$ kg vizet kellett 25°C-kal felmelegíteni. Ehhez szükséges hő: $Q=c_v\cdot m_v\cdot \Delta T=4200\cdot 3300\cdot 25=346\,500\,000$ J$=$ $=346{,}5$ MJ. A bojlerben a gáz elégetéséből $\frac{Q}{\eta}=\frac{346{,}5}{0{,}6}=577{,}5$ MJ energia kell.

Ebből kiszámolhatjuk a PB gázelegy égéshőjét: $\frac{577{,}5}{11{,}5}=50{,}22$ MJ/kg.

Legyen x a propán tömegaránya, és $1-x$ a butáné a gázelegyben. Így felírható: $50{,}3 \cdot x+49{,}5 \cdot (1-x)=50{,}22$. Ezt megoldva kapjuk: $x=\frac{50{,}22-49{,}5}{50{,}3-49{,}5}=0{,}9$.

860. (*8.*) Szilveszter két ismeretlen ellenállást egyszer sorosan, egyszer párhuzamosan köt ugyanarra az (elhanyagolható belső ellenállású) áramforrásra. Azt tapasztalja, hogy az egyik esetben 4-szer akkora teljesítményt ad le az áramforrás. Mit állíthatunk a két ellenállás nagyságáról? Mekkora lenne a leadott teljesítmények aránya, ha a két ellenállás közül az egyik 4-szer akkora lenne, mint a másik? *Szatmáry Zsolt*

Megoldás: Abban a kapcsolásban nagyobb a teljesítmény, amelyikben kisebb ellenállás van, hiszen $P=\frac{U^2}{R}$. Tudjuk, hogy a sorosan kapcsolt ellenállások eredője mindig nagyobb, a párhuzamosan kapcsolt ellenállások eredője mindig kisebb mindkettőnél. Figyelembe véve, hogy a sorosan kapcsolt két ellenállás eredője: $R_S=R_1+R_2$, illetve párhuzamos kapcsolásnál az eredő ellenállás az $R_P=$ $=\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1+R_2}$ képlettel számolható, felírható a teljesítmények közötti kapcsolat: $4 \cdot \frac{U^2}{R_S}=\frac{U^2}{R_P}$. U^2-tel egyszerűsítve, és beleírva az ellenállás értékeket kapjuk, hogy $\frac{4}{R_1+R_2}=\frac{R_1+R_2}{R_1 \cdot R_2}$ (☼). Ezt átalakítva kapjuk, hogy $4 \cdot R_1 \cdot R_2=(R_1+R_2)^2$. Az $(a \pm b)^2=a^2 \pm 2ab+b^2$ azonosságokat alkalmazva kaphatjuk, hogy $0=(R_1-R_2)^2$. Ez akkor teljesül, ha $R_1=R_2$.
Ha az egyik ellenállás 4-szer akkora, mint a másik, akkor a (☼) egyenletbe írva kapjuk, hogy $\frac{x}{R+4R}=\frac{R+4R}{R \cdot 4R}$, ahol x jelenti a két teljesítmény arányát. Ebből kapjuk, hogy $x=\frac{25R^2}{4R^2}=\frac{25}{4}=6{,}25$.

* * * * *

TUDOD-E?

Létezik 100°C hőmérsékletű jég is.

Az anyagok belsejében a nyomás növelésekor rendkívül érdekes szerkezetváltozás következik be. Ilyenkor a szilárd anyagok olvadáspontja növekszik. A jég esetében pl. 40 000 atmoszféra nyomáson – a normál nyomás esetén 0°C-osnak mért – olvadáspont 100°C lesz.

Bonifert Domonkosné – Schwartz Katalin: Lyukasóra fizikából

Kedves Beküldők!

Kérjük, hogy fokozottan ügyeljetek a külalakra, olvashatóságra valamint a papírválasztásra! Ha két vagy több beküldő munkája szó szerint egyezik, a megoldások nulla pontot fognak érni. Köszönjük!

A fizika pontverseny állása a 4. forduló után 7. osztály

1. Schneider Viola *(Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg)* 78 p; **2.** Bozi Bársonyka *(Budapest Fasori Evangélikus Gimnázium, Budapest VII.)*, Koós Bendegúz *(Budapest Fasori Evangélikus Gimnázium, Budapest VII.)*, Tőzsér Zsuzsa *(Budapest Fasori Evangélikus Gimnázium, Budapest VII.)* 77 p; **5.** Ercsey Benedek *(Budapest Fasori Evangélikus Gimnázium, Budapest VII.)*, Kaszab Kristóf István *(Fazekas Mihály Gimn., Debrecen)* 74 p; **7.** Fogarasi Tünde *(Budapest Fasori Evangélikus Gimnázium, Budapest VII.)*, Sőtér Hunor Marcell *(Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg)*, Sőtér Jázmin Sára *(Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg)* 73 p; **10.** Szabó Ábel *(Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg)* 72 p; **11.** Kámán-Tóth Kata *(Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg)* 70 p; **12.** Mátrai Kata *(Budapest Fasori Evangélikus Gimnázium, Budapest VII.)* 67 p; **13.** Nagy Annabella *(Budapest Fasori Evangélikus Gimnázium, Budapest VII.)* 63 p; **14.** Zawadowski Júlia *(ELTE Apáczai Gimnázium, Budapest V.)* 59 p.

A fizika pontverseny állása a 4. forduló után 8. osztály

1. Patócs Péter *(Kempelen Farkas Gimnázium, Budapest XXII.)* 95 p; **2.** Geresdi-Horváth Donát *(Budapest Fasori Evangélikus Gimnázium, Budapest VII.)*, Geresdi-Horváth Zalán *(Budapest Fasori Evangélikus Gimnázium, Budapest VII.)*, Makai Lilla *(Budapest Fasori Evangélikus Gimnázium, Budapest VII.)* 94 p; **5.** Dombóvári Nándor *(Bethlen Gábor Református Gimnázium, Hódmezővásárhely)* 93 p; **6.** Agócs Kristóf *(Szent István Gimnázium, Budapest XIV.)* 87 p; **7.** Palik Csenge *(Johannes-Gutenberg-Gymnasium, Waldkirchen)* 64 p; **8.** Dervalics Anna *(Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg)* 61 p.

Megjegyzés: A havonta elérhető maximális pontszám 7. osztályban 20 pont, 8. osztályban 25 pont. A listában nem szereplő versenyzők kevés pontot értek el vagy nem neveztek a versenyre. A nevezés pótlására keressék a MATEGYE Alapítvány munkatársait.

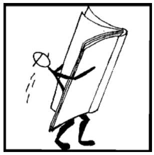
* * * * *

Úszógumi

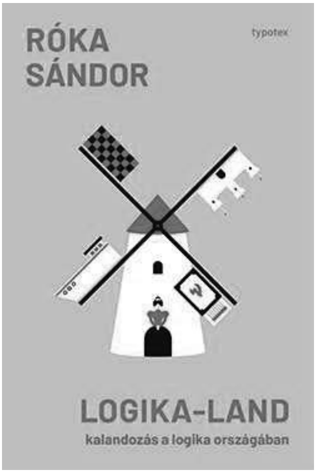
Fizikaórán kísérleteznek. A tanár két vasgolyót tesz a higanyba. A vasgolyók fennmaradnak a higany felszínén.
– Mire következtethetünk ebből? – kérdezi a tanár.
– Arra, hogy a vasgolyók úszógumi nélkül is tudnak úszni! – hangzik a válasz.

Róka Sándor – A matematika humora

K Ö N Y V A J Á N L Ó



Róka Sándor: Logika-land
Kalandozás a logika országában



Logi-Kaland vagy Logika-Land vagyis kalandozás a logika országában minden korosztály számára jó szórakozás, agytorna és készülődés, hogy élesben is jól vágjon az agyunk. Róka Sándor, tengernyi forrás ismeretében, nagyszerű érzékkel válogat feladatokat, így mindig újabb és újabb vezérfonalra fűzi fel a feladatsorait. Ahogy az előszavában Descartes-ot idézi: „Kételkedjünk mindabban, amit hallunk, látunk. Hiába látjuk azt, hogy reggel a Nap keleten felkel, este pedig lenyugszik, mégsem a Nap forog a Föld körül. »A nehezebben kifürkészhető igazságok tekintetében a szótöbbség nem ér semmit, mert sokkal valószínűbb, hogy egyetlen ember akadt rájuk, mint egy egész nép. « Ha nem fogadjuk el kritika nélkül mindazt, amit hallunk, ha kételkedünk mindenben, akkor egy dologban nem kételkedhetünk: abban, hogy kételkedünk. A gondolkozásunkból ez következik cáfolhatatlanul: Gondolkodom, tehát vagyok!"

A könyvesboltokban 3700 Ft-ért kapható, webshopunkban (www.typotex.hu) és az alábbi boltjainkban pedig 25% kedvezménnyel vásárolható meg a többi kiadványunkkal együtt.

Olvasók boltja
1136 Budapest, Pannónia u. 35-37.
www.olvasokboltja.hu

Typotex Kiadó
1024 Bp., Fillér utca 9-11.
www.typotex.hu

ELTE TTK-n lévő pultunk
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/a

TYPOTEX

K Ö N Y V A J Á N L Ó

Kedves Olvasó! A MATEGYE Alapítvány az alábbi kiadványokat szeretné a figyelmébe ajánlani.

Zrínyi 2019	1900 Ft
Zrínyi 2020	2500 Ft
Zrínyi 2021	2500 Ft
Zrínyi 2022	3000 Ft
Tanárverseny 2004-2013	1600 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 3. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 4. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 5. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 6. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 7. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 8. osztály	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2007-2008.	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2009-2010.	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2011	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2012	1700 Ft
Zrínyi 2013 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2014 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2016 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2017 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2018 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2019 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2020 (9-12. osztály)	2000 Ft
Zrínyi 2021 (9-12. osztály)	2000 Ft
Zrínyi 2022 (9-12. osztály)	2500 Ft
Fizika az Abacusban	2500 Ft
Bátaszéki Matematikaverseny 2008-2016	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2000-2004	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2005-2009	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2010-2014	2500 Ft
Hibás feladatmegoldások az ált. isk.-ban – Orosz Gyula	1900 Ft
Gordiusz csomag (Gordiusz 2009-2010., 2011., 2012. évi könyvek)	4000 Ft
KMF csomag 2001-2010. évi versenyfeladatok (3., 4., 5., 6., 7., 8. osztály)	7000 Ft

<u>A kiadványok az alábbi elérhetőségeken rendelhetők meg:</u>

Tel.: 76/483-047 E-mail: **mategye@mategye.t-online.hu**