ABACUS

MATEMATIKAI LAPOK 10–14 ÉVESEKNEK

2023. december

ABACUS, matematikai lapok 10–14 éveseknek
a Bolyai János Matematikai Társulat és
a Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány folyóirata
Alapította: Róka Sándor 1994-ben.

30. évfolyam 4. szám 2023. december

Megjelenik szeptembertől áprilisig havonta 44 oldalon.

A főszerkesztő postacíme: 1437 Budapest, Pf. 774
A lap internet címe: www.mategye.hu
A lap (főszerkesztő) e-mail címe: abacusujsag@gmail.com

Címlap: Szepessy Béla grafikusművész és Nagy Attila grafikus
Piktogramok: Váradi Kata
Rajzok: Rigóné Tuska Henriett

Kiadja: Matematikában Tehetséges Gyermekekért Alapítvány
Felelős kiadó: Csordás Mihály
Műszaki szerkesztő: Rigóné Tuska Henriett

ISSN 1219–2597

A lap megrendelhető: MATEGYE Alapítvány 6001 Kecskemét, Pf. 585
Tel.: 76/483-047 E-mail: abacus@mategye.t-online.hu
Adószám: 19047441-2-03

A lap előfizetési díja a 2023/2024-es tanévre 10 000 Ft, ami tartalmazza a postaköltséget, és a pontversenyek nevezési díját is.

L U R K Ó - L O G I K A

rovatvezető: Bagota Mónika

„Minden, ami emberi, akár rossz, akár jó, előbb-utóbb véget ér, kivéve a matematikát.” (Erdős Pál)
„A megismerés, a megérzés, az alkotás öröme a tudományokban közös. Az igazság megtalálásának módja különböző. A matematikában szigorú logikai következtetés során lesz egy sejtés igazolásából vagy annak cáfolatából tétel. Itt a szobában ülve, a külvilágtól függetlenül eldönthetem, igaz vagy sem. Ez önmagában is vonzó, hiszen a világban anynyi minden bizonytalan.” (T. Sós Vera)

Feladatok csak 3. osztályos tanulóknak

A.1533. Katica sorban áll a könyvesboltban. A sorban 4-gyel több gyerek áll előtte, mint amennyi mögötte, és a sorban összesen 41-en állnak. Hányan állnak Katica előtt a sorban?

A.1534. Hány különböző módon olvasható ki a NÉGYZET szó az ábráról, ha az N betűtől elindulva csak a nyilak által meghatározott irányokban haladhatunk az olvasással?

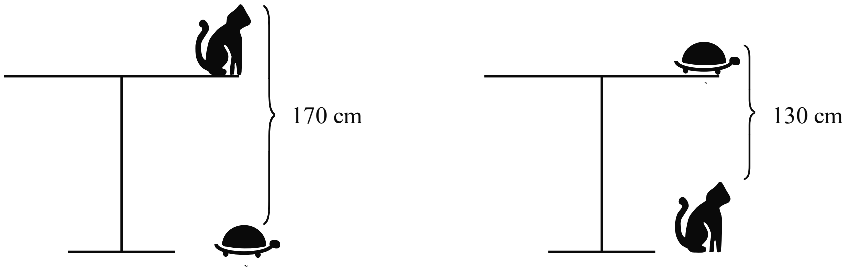
```
N → É → G
↓   ↓   ↓
É → G → Y
↓   ↓   ↓
G → Y → Z → E
        ↓   ↓
        E → T
```

Feladatok 3. és 4. osztályos tanulóknak

A.1535. Feri, Gyuri, Jancsi és Kornél ugyanabba az osztályba járnak. Mindegyikük sportoló. Magyar kézilabdázik, Feri úszó, Gyuri tájfutó, Szép pedig lovagol. Egy nap meglátogatják az osztálytársukat. Elsőként Magyar, másodikként Jancsi, harmadikként Kovács, negyedikként pedig Gyuri érkezik meg. A négy fiú közül Szabó a legalacsonyabb. Mi a fiúk teljes neve és ki mit sportol?

A.1536. Öt egyforma négyzetből síkidomot készítünk úgy, hogy a négyzetek csak teljes oldallal érintkezhetnek. Hány különböző síkidom készíthető? (Két síkidom nem különböző, ha pontosan egymásra illeszthetők.)

A. 1537. Tudjuk, hogy a távolság az asztal tetején ülő macska füleitől a földön lévő teknősbéka páncéljának tetejéig 170 cm, valamint a távolság az asztalon lévő teknősbéka páncéljának tetejétől a földön ülő macska füléig 130 cm (lásd ábra). A két asztal magassága megegyezik. Milyen magasak az asztalok?



Feladatok csak 4. osztályos tanulóknak

A. 1538. Anna, Bea és Csilla abban az utcában laknak, amelyikben a játszótér található. A lányok házai és a játszótér egyenes utcában, ugyanazon az oldalon helyezkednek el. Anna 1107 méterre lakik a játszótértől, Bea Annától 483 méterre, Csilla pedig Beától 840 méterre lakik. Hány méterre lakhat Csilla a játszótértől?

A. 1539. Valamilyen sorrendben egymás mögé írjuk a 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számokat úgy, hogy az első három szám összege egyenlő az utolsó három szám összegével. Melyik szám állhat a középső helyen?

Beküldési határidő: 2024. január 9.

A feladatok beküldési címe:
ABACUS Matematika
1437 Budapest Pf. 774

A Lurkó-logika feladatsorait Rapcsó Ibolya lektorálta.

* * * * *

Ó, tanulók, tanulmányozzátok a matematikát, s nem építkeztek alap nélkül.

Leonardo da Vinci

A novemberben kitűzött feladatok megoldásai

A. 1526. Máté véletlenül kiradírozott egy részt az alábbi bontott alakban leírt számból:

4 százas  tízes 43 egyes

Máté állításai közül melyik igaz biztosan erre a számra?

(1) A szám páratlan szám.

(2) A szám kisebb 500-nál.

(3) A szám nem kisebb 443-nál.

(4) A szám háromjegyű szám.

Megoldás: Vizsgáljuk meg Máté állításait!

(1) „A szám páratlan szám.” állítás biztosan igaz, mert a szám egyes helyiértékén páratlan számjegy (3-as) szerepel.

(2) „A szám kisebb 500-nál.” állítás nem biztosan igaz, hiszen pl. 6 tízes esetén a szám már 500-nál nagyobb. (Ebben az esetben a szám 503.)

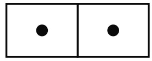
(3) „A szám nem kisebb 443-nál.” állítás biztosan igaz, mert a kiradírozott legkisebb szám a 0 lehet, s ekkor a bontott alakban leírt szám pontosan 443, a többi esetben a szám ennél nagyobb.

(4) „A szám háromjegyű szám.” állítás nem biztosan igaz, mert lehetséges, hogy a kiradírozott helyen pl. 60 szerepelt, s ekkor a szám (4 százas 60 tízes 43 egyes = 1043) háromnál több számjegyből áll.

A. 1527. Manócskának 97 petákja van, ennek egy részét a jobb zsebében, ennél eggyel több petákot pedig a bal zsebében tart. Manócska gondolt egyet és a jobb zsebében levő petákok felét áttette a bal zsebébe, az eddig a bal zsebében levő petákok közül ennél eggyel többet pedig a jobb zsebébe tett át. Hány peták van most Manócska jobb és bal zsebében?

Megoldás: Mivel Manócska a 97 petákjából eggyel többet tart a bal, mint a jobb zsebében, ez csak úgy lehetséges, ha Manócska jobb zsebében 48, bal zsebében pedig 49 peták van. Amikor Manócska gondol egyet, akkor a jobb zsebében levő petákok felét (24 peták) átteszi a bal zsebébe, a bal zsebéből pedig ennél eggyel többet, azaz 25 petákot tesz át a jobb zsebébe. Így Manócska jobb zsebében 24 (maradt peták) + 25 (áttett peták) = 49 peták, a bal zsebében pedig 24 (maradt peták) + 24 (áttett peták) = 48 peták van most.

A. 1528. Malacka olyan dominókat készít, amelynek mindkét felére egy, kettő, három, négy vagy öt pöttyöt rajzol. (Egy elkészült dominót mutat az alábbi ábra.) Hány dominót készít Malacka, ha az összes lehetséges dominót megrajzolja?



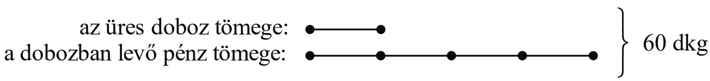
Megoldás: Jelöljük a pöttyöket számokkal, így Malacka dominói a következők lehetnek (a dominókra rajzolt pöttyök sorrendje nem számít):

1; 1	2; 2	3; 3	4; 4	5; 5
1; 2	2; 3	3; 4	4; 5	
1; 3	2; 4	3; 5		
1; 4	2; 5			
1; 5				

Így Malackának összesen $5+4+3+2+1=15$ dominót kellett elkészítenie.

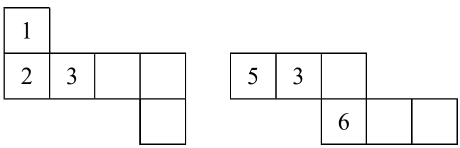
A. 1529. Hanna egy dobozban gyűjti a húszforintosokat. A doboznak a benne levő pénzzel együtt 60 dkg a tömege. Hány forintja van Hannának a dobozban, ha egy húszforintos tömege 10 g, és az üres doboz tömege negyede a dobozban levő pénz tömegének?

Megoldás: Hanna üres dobozának tömege negyede a dobozban levő pénz tömegének, és a doboz a benne levő pénzzel együtt 60 dkg, ezért az üres doboz tömege $60\text{ dkg} : 5 = 12\text{ dkg}$, és a dobozban levő pénz tömege $12\text{ dkg} \cdot 4 = 48\text{ dkg} = 480\text{ g}$ (lásd ábra).



Mivel egy darab húszforintos tömege 10 g, ezért a dobozban $480 : 10 = 48$ darab húszforintos van. Tehát Hannának $48 \cdot 20 = 960$ Ft-ja van a dobozban.

A. 1530. Az ábrán két dobókocka hálója látható. A dobókockán a szemközti lapokon levő számok összege 7. Írd be az üres lapokra a hiányzó számokat!



Megoldás: Mivel a dobókockán a szemközti lapokon levő számok összege 7, így a hiányzó számok az alábbi ábrán láthatók:

1			
2	3	**5**	**4**
			6

5	3	**2**		
		6	**4**	**1**

A. 1531. Hány olyan különböző téglalap van, amelynek kerülete 20 cm, és oldalainak hossza centiméterben mérve egész szám? (Két téglalap nem különböző, ha oldalaik hossza megegyezik.)

Megoldás: A téglalap kerülete 20 cm, ezért két szomszédos oldalhosszának összege 10 cm. Mivel $10=1+9=2+8=3+7=4+6=5+5$, ezért öt olyan különböző téglalap van, amelynek kerülete 20 cm, és oldalainak hossza centiméterekben mérve egész szám.

A. 1532. Réka egy milliméterben megadott távolságot először centiméterre, majd a kapott értéket deciméterre kerekíti. Ugyanezt az értéket kapja-e akkor is, ha a milliméterben megadott távolságot egy lépésben kerekíti deciméterre?

Megoldás: A feltételek szerint Réka pl. 248 mm-t először 25 cm-re, majd ezt 3 dm-re kerekíti. A második alkalommal viszont 248 mm-t közvetlenül 2 dm-re kerekíti. Így ebben az esetben (és sok más esetben sem) a kétféle módon kerekített érték nem lesz azonos.

* * * * *

A Mikulás számai

A Mikulás, miután rangsorolta az elmúlt év legszorgalmasabb gyerekeit, elhatározta, hogy az első 100 legjobbnak külön ajándékot is ad. Össze is készítette a meglepetéseket, és felcímkézte őket 1-től 100-ig.

Hányszor kellett leírnia a 9-es számjegyet?

A feladvány megoldása a 34. oldalon olvasható.

Logikai egypercesek – Trükkös feladványok

M A T E M A T I K A I   P O N T V E R S E N Y

rovatvezetők: Csík Zoltán, Kósa Tamás és Magyar Zsolt

Feladatok csak 5. osztályos tanulóknak

B.1552. Eger várának ostroma 1552. szeptember 9-én kezdődött, és 40 napig tartott. A vár helyőrsége békeidőben 200 lovas és 200 gyalogos katona volt. A török csapatok támadására készülve a várvédők létszámát négy és félszeresére növelték, de a lovas katonák száma így is csak a védők hatodrészét tette ki. A török hadsereg létszáma 22-szeres túlerőt jelentett a védőkhöz képest. A várban az ostrom alatt 75 védőre jutott egy ágyú, a török csapatoknak pedig éppen hatszor annyi ágyú állt a rendelkezésére, mint a várvédőknek.
a) Hány lovas katona érkezett a várba a törökök támadására való felkészülés során?
b) Hány török katonára jutott egy ágyú az ostromló seregben?
c) Mikor vonultak el a török csapatok a vár ostromát befejezve?

B.1553. A táblázat üres négyzeteibe írhatunk egy-egy X-et. A négyzetekben levő számok azt mutatják, hogy az adott négyzettel csúcsban vagy élben érintkező négyzetekben összesen maximum hány db X lehet. Keressünk minél több olyan elrendezést, melyben pontosan 5 négyzetben van X!

2		**1**
	3	
1		**2**

Feladatok 5. és 6. osztályos tanulóknak

B.1554. Egy számegyenesen az egész számok helyét kiszínezzük egy-egy piros vagy kék ponttal.
a) Lehet-e úgy választani a színezést, hogy két azonos színű pont távolsága ne legyen 5 egység?
b) Lehet-e úgy választani a színezést, hogy két azonos színű pont távolsága ne legyen sem 5, sem 4 egység?

B.1555. Töltsük ki az ábrán látható négyzeteket a 0-9 számjegyek egyszeri felhasználásával úgy, hogy mindhárom műveletsornak ugyanannyi legyen az eredménye!

$$\square : \square \cdot \square$$
$$\square + \square \cdot (\square - \square)$$
$$\square - \square \cdot \square$$

B.1556. Gabiék minden télen a cinkéknek úgynevezett madárgolyót helyeznek ki a teraszra. Ezt csipegetve a madarak könnyebben átvészelik a telet. A golyó fel van lógatva egy faágra, így amikor a cinkék rászállnak, mindig egy része lepotyog a földre, ahonnan már csak a verebek szedik össze. Egy ilyen golyóban egy cinkének öt hétre elegendő csipegetnivaló lenne, ha nem szóródna le a földre egy része, feltéve, hogy a cinke egész nap rájárna. Gabi megfigyelte, hogy a napok első felében mindig 3 cinke, a második felében pedig mindig 5 cinke csipegeti a madárgolyót. Ha a golyóban levő táplálék ötödrésze hullik le a földre, akkor hány nap alatt fogy el a golyó?

Feladatok csak 6. osztályos tanulóknak

B.1557. Keressük meg az összes olyan kétjegyű számot, amely egyenlő számjegyei szorzatának kétszeresével!

B.1558. Katinak van egy fényképe, amelynek az eredeti mérete 4×6 cm, és van egy 18×24 cm-es képkerete. Kati a képet úgy akarja elhelyezni a keretben, hogy a kép rövidebbik oldala a keret rövidebbik oldalával párhuzamos legyen (a kép úgynevezett álló formátumú, és a keretet is álló helyzetében szeretné használni). Mivel a kép elég kicsi a kerethez képest, kétféle nagyítást készíttet a fényképről, a méretarányok megváltoztatása nélkül: egy olyat, ami még éppen belefér a keretbe, és egy olyat, ami teljesen kitölti a keretet (ez esetben a kilógó részt le kell vágni). Hányadrésze lesz a képkeretnek üres, illetve hányadrészét kell a nagyított fotónak levágni az egyes esetekben?

Feladatok csak 7. osztályos tanulóknak

C.1702. Határozzuk meg az összes olyan háromjegyű négyzetszámot, amelynek számjegyeit átrendezve ismét egy négyzetszámot kaphatunk!

C.1703. Gabiék minden télen a cinkéknek és a rigóknak úgynevezett madárgolyót helyeznek ki a teraszra. Ezt csipegetve a madarak könnyebben átvészelik a telet. A golyó fel van lógatva egy faágra, így amikor a cinkék és a rigók rászállnak, mindig egy része lepotyog a földre, ahonnan már csak a verebek szedik össze. Egy ilyen golyóban egy cinkének öt hétre elegendő csipegetnivaló lenne, ha nem szóródna le a földre egy része, feltéve, hogy a cinke egész nap rájárna. Gabi megfigyelte, hogy 4 cinke jár rá a golyóra minden nap, a napok második felében pedig mindig 6 rigó csatlakozik hozzájuk. A tapasztalat azt mutatja, hogy az elfogyasztott mennyiséghez képest annak hatodrésze hullik le a földre, és jut a verebeknek. Hányszor annyit eszik egy rigó, mint egy cinke, ha három nap alatt elfogy egy ilyen golyó a teraszon?

Feladatok 7. és 8. osztályos tanulóknak

C.1704. Katinak van egy fényképe, amelynek az eredeti mérete 4×6 cm. Van három képkerete, melyek mérete 18×24, 16×20 és 22×30 cm. Mindhárom kerethez elkészítteti a fényképének azt a legnagyobb nagyítását, mellyel a kép még belefér a keretbe. Melyik képkeret esetén tölti ki a legnagyobb százalékban a kép a rendelkezésre álló keretet?

C.1705. Töltsük ki az ábrán látható négyzeteket a 0-9 számjegyek egyszeri felhasználásával úgy, hogy mindhárom műveletsornak 4 legyen az eredménye! Keressünk olyan megoldást is, amelyben mindegyik műveletsornak 0 az eredménye!

$$\square : \square \cdot \square$$
$$\square + \square \cdot (\square - \square)$$
$$\square - \square \cdot \square$$

C.1706. A táblázat üres négyzeteibe írhatunk egy-egy X-et. A négyzetekben levő számok azt mutatják, hogy az adott négyzettel csúcsban vagy élben érintkező négyzetekben összesen maximum hány db X lehet. Mutassuk meg, hogy hat db X már nem írható be a táblázatba! Hányféleképpen tudunk 5 db X-et beírni? (Adjuk meg az összes lehetséges megoldást!)

2		**1**
	3	
1		**2**

C.1707. Egy számegyenesen az egész számok helyét kiszínezzük egy-egy piros vagy kék ponttal.
a) Lehet-e úgy választani a színezést, hogy két azonos színű pont távolsága ne legyen sem 5, sem 7 egység?
b) Lehet-e úgy választani a színezést, hogy két azonos színű pont távolsága ne legyen sem 6, sem 11 egység?

Feladatok csak 8. osztályos tanulóknak

C.1708. Egy teremben elhelyezünk 12 asztalt. 100 véletlenszerűen kiválasztott embert beküldünk a terembe, és megkérjük őket, hogy születési hónapjuk szerint csoportosítva álljanak az asztalok köré. Keressük meg azt az asztalt, amelyik körül a legkevesebben állnak, legyen itt X fő. Keressük meg azt az asztalt is, ahol a legtöbben állnak, legyen itt Y fő. Határozzuk meg X lehető legnagyobb értékét és Y lehető legkisebb értékét!

C.1709. ***a)*** Keressük meg az összes olyan háromjegyű számot, amely egyenlő számjegyei szorzatának négyszeresével!

b) Találunk-e olyan háromjegyű számot, amely egyenlő a számjegyei szorzatának kétszeresével?

Beküldési határidő: 2024. január 9.

A megoldásokat az alábbi címre küldjétek:
ABACUS Matematika 1437 Budapest, Pf. 774

A Matematikai pontverseny feladatsorait Szép János lektorálta.

A novemberben kitűzött feladatok megoldásai

B.1545. Ennek a feladatnak a sorszáma olyan négyjegyű szám, amelynek az első két számjegye által alkotott kétjegyű számot hárommal megszorozva megkapjuk az utolsó két számjegye által alkotott kétjegyű számot. Hány ilyen négyjegyű számot találhatunk?

Megoldás: Az első két számjegy meghatározza a számot. Az ezekből alkotott kétjegyű számnak olyannak kell lennie, melynek a háromszorosa is kétjegyű szám. Az ilyen számok közül a legkisebb a 10, a legnagyobb a 33. Az ezekből a szabályoknak megfelelően képzett négyjegyű számok mind meg is felelnek, szóval összesen 24 ilyen négyjegyű szám van.

B.1546. Niki és Miki egy olyan utcában laknak, amelyben csupa családi ház van (mindkét oldalon egyforma telkek találhatóak, minden telken egy ház áll). Ha az utca egyik végétől elindulunk, akkor Nikiék a 13. házban laknak a bal oldalon. Ha az utca másik végétől indulunk el, akkor Nikiék a 24. házban laknak a jobb oldalon. Nikiék és Mikiék háza között 7 másik házat találhatunk. Az utcában a házakat a Nikiékhez közelebbi végétől kezdve folyamatosan számozzák úgy, hogy a páratlan számú házak a bal oldalon, a páros számú házak a jobb oldalon vannak. Hány ház van az utcában összesen? Hányas számú házban lakhatnak Mikiék?

Megoldás: A feladat körülményeit tekintve Niki és Miki az utcának ugyanazon az oldalán laknak. Ha az utca egyik végétől indulva Nikiék a 13. házban laknak, a másik végétől számítva pedig a 24. házban, akkor összesen $13+24-1=36$ ház van Nikiék oldalán, és ugyanennyi a másik oldalon. Tehát az utcában összesen 72 ház van. Ha Nikiék és Mikiék háza között 7 másik van, akkor Mikiék vagy az 5., vagy a 21. házban laknak az utca azon végétől számítva, ahonnan Nikiék a 13. házban laknak. Az utcának ez a vége van Nikiékhez közelebb, tehát innen számozzák a házakat. Mikiék is a bal oldalon laknak, ezért Mikiék házszáma 9 vagy 41.

B. 1547. Sári a nagymama 80. születésnapjára össze szeretné hívni az egész rokonságot. Az étterem, ahol a mulatságot rendezi, úgy van berendezve, hogy minden asztal körül hat szék van. Az asztaloknak és a székeknek is 4-4 lábuk van, összesen 364 láb. A rokonság pont annyi főből áll, hogy ha mindenki eljön, akkor minden széken ülni fog egy ember. Hány főből áll a rokonság összesen?

Megoldás: Egy asztalnak és a hozzá tartozó 6 széknek összesen 28 lába van. $364:28=13$, vagyis 13 asztalnyi, azaz $6\cdot 13=78$ emberből áll a rokonság.

B. 1548. Helyettesítsük be a 0-9-ig terjedő számjegyeket egy kivételével az alábbi betűk helyére úgy, hogy a kialakuló, két háromjegyű szám különbségeként kapott eredmény minél közelebb legyen a 300-hoz! (Különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek.)

$$ABC-DEF=GHJ$$

Megoldás: A 302 a legkisebb eltérésű szám, ami elérhető: $761-459=302$.

B. 1549. A Földre megérkeztek a vénuszlakók. Kinézetre olyanok, mint a földlakók, és alapvetően minden állítás, amit kimondanak, igaz, kivéve azokat, amelyek valamilyen formában a vénuszlakókat említik; ezek hamisak. Ezzel szemben a földlakók minden állítása igaz. Egy egyenes asztalhoz leülnek hatan (mindenki vénuszlakó vagy földlakó), az asztal egyik oldalán egymás mellé. Legyen az ültetésük sorrendje Ami, Bami, Cimi, Demi, Emi és Fami. Az alábbi állításokat mondják:

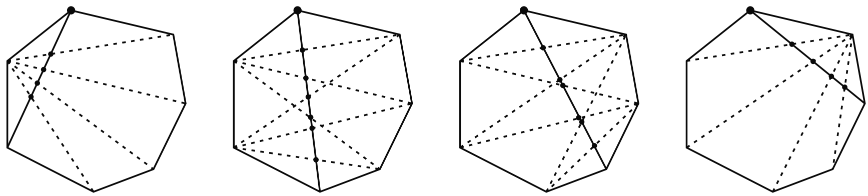
- Ami: Vénuszlakó mellett ülök.
- Bami: Vénuszlakó mellett ülök.
- Cimi: Ami nem vénuszlakó.
- Demi: Mindkét szomszédom vénuszlakó.
- Emi: Egyik szomszédom sem vénuszlakó.
- Fami: Két vénuszlakó van közöttünk.

Tudjuk, hogy Ami földlakó. Ki földlakó és ki vénuszlakó a többiek közül?

Megoldás: Ha Ami földlakó, akkor igazat mond, vagyis Bami vénuszlakó. Bami hazudik, mert vénuszlakóként vénuszlakókat említ, tehát Cimi nem vénuszlakó. Rendben is van, hiszen Amiról igazat mond. Demi hazudik, mert Cimi nem vénuszlakó, tehát Demi vénuszlakó. Ebben az esetben viszont Emi is hazudik, mert Demi vénuszlakó, tehát tehát Emi is vénuszlakó. Fami is hazudik, mert már három vénuszlakót találtunk, így ő is vénuszlakó.

B. 1550. Legfeljebb hány metszéspontja lehet egy konvex hétszög átlóinak?

Megoldás: Akkor van a legtöbb metszéspont, ha bármely két átló különböző pontban metszi egymást. Minden átlót azok az átlók metszik el, amelyeknek a végpontjait az átló elválasztja. Válasszunk ki egy csúcsot, és nézzük meg, hogy az innen induló átlókon hány metszéspont lehet. 4 átló indul ebből a csúcsból, a metszéspontok száma szerint kétféle.



A kiválasztott csúcsból induló átlókon a metszéspontok száma: $4+6+6+4=20$. Ez mind a 7 csúcsnál így van, és ekkor minden vizsgált átlót mindkét végpontjából, tehát kétszer számoltuk, valamint a metszéspontokat is kétszer számoltuk, így a metszéspontok száma legfeljebb: $20 \cdot 7 : 2 : 2 = 35$.

B. 1551. Ennek a feladatnak a sorszáma egy olyan négyjegyű szám, melynek első két számjegye közt 4 az eltérés, és a számjegyeket fordított sorrendben írva ugyanazt a számot kapjuk (palindrom szám). Hány ilyen tulajdonságú négyjegyű szám van?

Megoldás: A szám kezdete meghatározza a végét. A szám első két számjegye 15, 26, 37, 48, 59, 95, 84, 73, 62, 51, 40 lehet, tehát összesen 11 ilyen szám van.

C. 1694. Niki és Miki egy olyan utcában laknak, amelyben csupa családi ház van (mindkét oldalon egyforma telkek találhatóak, minden telken egy ház áll). Ha az utca egyik végétől elindulunk, akkor Nikiék a 13. házban laknak a bal oldalon. Ha az utca másik végétől indulunk el, akkor Mikiék a 24. házban laknak a jobb oldalon. Nikiék és Mikiék háza között 7 másik házat találhatunk. Az utcában a házakat a Nikiékhez közelebbi végétől kezdve folyamatosan számozzák úgy, hogy a páratlan számú házak a bal oldalon, a páros számú házak a jobb oldalon vannak. Hány ház van az utcában összesen? Mennyi lehet Mikiék házszáma?

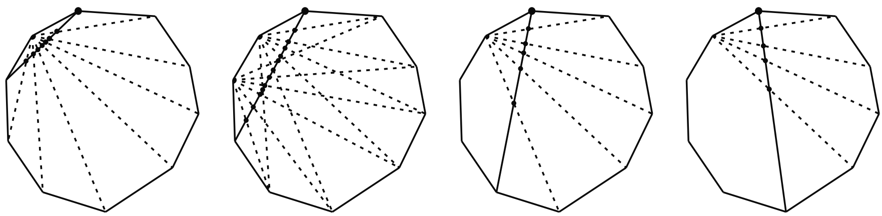
Megoldás: A feladat körülményeit tekintve Niki és Miki az utcának ugyanazon az oldalán laknak. Ha az utca egyik végétől indulva Nikiék a 13. házban laknak, akkor innen számítva Mikiék a 8. házban laknak (valamelyik irányban). Két lehetőségünk adódik: Mikiék vagy Nikiék után, vagy Nikiék előtt laknak. Ha Mikiék Nikiék után laknak, akkor $13+7+24=44$ ház van Mikiék oldalán. Ekkor Nikiék nyilván ahhoz a végéhez vannak közelebb, ahonnan számítva a 13. helyen vannak, vagyis Mikiék ettől a végétől számítva a 21. házban laknak a páratlan oldalon, a házszámuk tehát ebben az esetben 41. Ha Mikiék Nikiék előtt laknak, akkor Nikiék háza után még $24-7-2=15$ ház van az utcában, vagyis összesen 28. (Másképpen: $13+24-7-2=28$ ház van az utcában, hiszen a két irányból nézve a sorszámaik összeadásával a köztük levő hetet és a gyerekekét kétszer számoljuk). Nikiék ekkor is ahhoz a végéhez vannak közelebb, ahonnan számítva a 13. helyen vannak, de ekkor Mikiék az 5. házban laknak innen számítva, vagyis ekkor a házszámuk 9.

C. 1695. Sári a nagymama 80. születésnapjára össze szeretné hívni az egész rokonságot. Az étterem, ahol a mulatságot rendezi, úgy van berendezve, hogy minden asztal körül hat szék van. Az asztaloknak és a székeknek is 4-4 lábuk van. A rokonság pont annyi főből áll, hogy ha mindenki eljön, akkor két szék kivételével minden széken ülni fog egy ember. Hány fős a rokonság, ha összegyűlve a teremben összesen 476 láb van? (A rokonságban mindenkinek két lába van.)

Megoldás: Egy asztalnak és a hozzá tartozó 6 széknek összesen 28 lába van. Ha ott ülnek 6-an, akkor az további 12 láb. Tehát egy asztaltársasághoz összesen 40 láb tartozik. Ha a két üres székhez tartozó 4 emberi lábat is hozzáadnánk, akkor lenne 480 láb. $480:40=12$, vagyis 2 fő híján 12 asztalnyi, azaz $6\cdot 12-2=$ $=70$ emberből áll a rokonság.

C. 1696. Legfeljebb hány metszéspontja lehet egy konvex tízszög átlóinak?

Megoldás: Akkor van a legtöbb metszéspont, ha bármely két átló különböző pontban metszi egymást. Minden átlót azok az átlók metszik el, amelyeknek a végpontjait az átló elválasztja. Válasszunk ki egy csúcsot, és nézzük meg, hogy az innen induló átlókon hány metszéspont lehet. 7 átló indul ebből a csúcsból, a metszéspontok száma szerint négyféle, a főátlón kívül 2-2 db ugyanolyan típusú.



7 $\quad$ $6+6=12$ $\quad$ $5+5+5=15$ $\quad$ $4+4+4+4=16$

A kiválasztott csúcsból induló átlókon a metszéspontok száma: $2\cdot(7+12+15)+$ $+16=84$. Ez mind a 10 csúcsnál így van, és ekkor minden vizsgált átlót mindkét végpontjából, tehát kétszer számoltuk, valamint a metszéspontokat is kétszer számoltuk, így a metszéspontok száma legfeljebb: $84\cdot 10:2:2=210$.

C. 1697. A Földre megérkeztek a vénuszlakók. Kinézetre olyanok, mint a földlakók, és alapvetően minden állítás, amit kimondanak, igaz, kivéve azokat, amelyek valamilyen formában a vénuszlakókat említik; ezek hamisak. Ezzel szemben a földlakók minden állítása igaz. Egy kör alakú asztalhoz leülnek hatan (mindenki vénuszlakó vagy földlakó), a kör kerülete mentén egyenletesen elosztva. Legyen az ültetésük sorrendje Ami, Bami, Cimi, Demi, Emi, Fami, majd újra Ami. Az alábbi állításokat mondják:

- Ami: Vénuszlakó mellett ülök.
- Bami: Ami vénuszlakó.
- Cimi: Ami nem vénuszlakó.
- Demi: Velem szemben vénuszlakó ül.
- Emi: Egyik szomszédom sem vénuszlakó.
- Fami: Mindkét szomszédom vénuszlakó.

Ki földlakó és ki vénuszlakó az asztalnál ülők közül?

Megoldás: Tekintsük azt az esetet, hogy Ami vénuszlakó. Ekkor állítása hamis, vagyis Bami és Fami földlakók. Bami állítása igaz, ez rendben van, Famié is, tehát Emi vénuszlakó. Így Emi hazudik, de akkor Demi vénuszlakó, hiszen Fami nem az. Viszont Demi igazat mond egy vénuszlakóval kapcsolatban, szóval ez így ellentmondás. Tehát Ami földlakó. Ebben az esetben Bami, Demi és Fami hazudnak, tehát ők mindenképpen vénuszlakók. Ekkor Emi is hazudik, hiszen Demi a szomszédja és vénuszlakó, tehát Emi szintén vénuszlakó. Végül Cimi igazat mond, hiszen Ami földlakó, tehát ő is földlakó.

C. 1698. Jancsinak egy dobozban van egy csomó pénzérméje: 5, 10, 20 és 50 forintosok. Az összes érme negyedrésze 5 Ft-os, hatodrésze 50 Ft-os, 1,5-szer annyi 20 forintosa van, mint 50 Ft-osa, a maradék érmék pedig 10 Ft-osok. Tudjuk, hogy összesen 4300 Ft-ot érnek az érmék. Hány darab érméje van Jancsinak az egyes fajtákból?

Megoldás: Jelölje az összes érmék számát x. Ekkor $\frac{x}{4}$ db 5 Ft-os van, $\frac{x}{6}$ db 50 Ft-os, $\frac{3}{2}\cdot\frac{x}{6}=\frac{x}{4}$ db 20 Ft-os és $x-\frac{x}{4}-\frac{x}{4}-\frac{x}{6}=\frac{x}{3}$ db 10 Ft-os. Ezek értéke $\frac{x}{4}\cdot 5+\frac{x}{6}\cdot 50+\frac{x}{4}\cdot 20+\frac{x}{3}\cdot 10=4300$. Mindkét oldalt 24-gyel megszorozva $30x+200x+120x+80x=103\,200$, innen kapjuk, hogy $430x=103\,200$, azaz $x=240$. Tehát összesen 240 db pénzérme van, ebből 60 db 5 és 60 db 20 Ft-os, 40 db 50 Ft-os és 80 db 10 Ft-os. Ellenőrizhető, hogy ez összesen $300+1200+2000+800=4300$ Ft.

Másképp: Mivel egész számú pénzérme van mindegyik fajtából, ezért az összes érmék száma osztható 3-mal, 4-gyel és 6-tal is, vagyis 12-vel is. Ha 12 érme lenne összesen, akkor ebből 3 db lenne 5 Ft-os, 2 db 50 Ft-os, 3 db 20 Ft-os és a maradék 4 db 10 Ft-os. Ez összesen $15+100+60+40=215$ Ft. $4300:215=20$, vagyis a 12 érmének éppen a 20-szorosa a valódi érmék száma, tehát 60 db 5 Ft-os, 40 db 50 Ft-os, 60 db 20 Ft-os és a 80 db 10 Ft-os érméje van Jancsinak.

C. 1699. Helyettesítsük be a 0-9-ig terjedő számjegyeket egy kivételével az alábbi betűk helyére úgy, hogy a kialakuló, két háromjegyű szám különbségeként kapott eredmény a lehető legközelebb legyen a 300-hoz! Mutassuk is meg, hogy a kapott eredménynél közelebbi szám nem érhető el! (Különböző betűk különböző számjegyeket jelölnek.)

$$ABC - DEF = GHJ$$

Megoldás: A 302 a legkisebb eltérésű szám, ami elérhető: $761 - 459 = 302$. A különbség 300 nem lehet, mert ekkor a 0-t kétszer kéne felhasználnunk. A különbség 299 sem lehet, mert ekkor két 9-est kéne használnunk. A különbség 301 sem lehet. Ugyanis, ha a kivonásnál 10-es átlépés nem következik be a szám végén, akkor a tízesek helyén *ABC* és *DEF* ugyanazt a számjegyet tartalmazza, ha viszont 10-es átlépés következik be, akkor az csak 0 és 9 végű számok között lehet, de 0-ból csak egyet használhatunk fel. Tehát a 300-hoz képest 0 vagy 1 különbséget nem tudunk elérni, 2-t viszont igen.

C. 1700. Három kereskedő, Ali baba, Szelim és Kháfim boltjában egy hordó olajbogyót ugyanazon az áron lehetett kapni június elején. Ali baba felemelte az árat 10%-kal, majd ismét 10%-kal, majd szeptember elejére 20%-kal csökkentette. Szelim felemelte az árat 20%-kal, majd 10%-kal csökkentette, és szeptember elejére ismét 10%-kal csökkentette. Kháfim felemelte az árat 20%-kal, majd szeptember elejére csökkentette 20%-kal. Tudjuk, hogy Ali Baba szeptember elején 4 dénárral olcsóbban adott egy hordó olajbogyót, mint Szelim. Mennyibe került Kháfim boltjában szeptember elején egy hordó olajbogyó?

Megoldás: Legyen egy hordó olajbogyó júniusi ára x dénár. Ali baba az árrendezések után $x \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}1 \cdot 0{,}8 = 0{,}968x$ dénárért adott egy hordóval. Szelim szeptember elején $x \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}9 \cdot 0{,}9 = 0{,}972x$ dénárért adott egy hordót. A két ár között a különbség $0{,}004x$, ez 4 dénár, tehát 1 hordó olajbogyó ára június elején 1000 dénár volt. Így Kháfim szeptember elején $1000 \cdot 1{,}2 \cdot 0{,}8 = 960$ dénárért adott egy hordó olajbogyót.

C. 1701. Jelölje X az első 50 pozitív egész szám négyzetének összegét. Adjuk meg X segítségével az első 50 pozitív páros szám négyzetének összegét!

Megoldás:

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 50^2 = X$

$2^2 + 4^2 + 6^2 + \ldots + 100^2 = (1 \cdot 2)^2 + (2 \cdot 2)^2 + (3 \cdot 2)^2 + \ldots + (50 \cdot 2)^2 = 1^2 \cdot 2^2 + 2^2 \cdot 2^2 +$
$+ 3^2 \cdot 2^2 + \ldots + 50^2 \cdot 2^2 = 2^2 \cdot (1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + 50^2) = 2^2 \cdot X = 4X$

Tehát az első 50 pozitív páros szám négyzetének összege négyszerese az első 50 pozitív egész szám négyzetösszegének.

NÉGYOSZTÁLYOS FELVÉTELI

Egyed László (Bajai III. Béla Gimnázium)

A négyosztályos felvételi minél sikeresebb megoldásához szeretnénk segítséget nyújtani a nyolcadik osztályos tanulóknak azzal, hogy az újságban a központi felvételikhez hasonló gyakorló feladatsorokat jelentetünk meg. A felvételire úgy lehet eredményesen felkészülni, ha ezt a feladatsort a felvételihez hasonló körülmények között, önállóan oldod meg.

* * * * *

Gyakorló feladatsor IV.

A megoldásra fordítható idő 45 perc.
A megoldás során számológépet nem lehet használni.

1. Határozd meg *A, B* és *C* értékét!

a) $A:45$ és 75 legkisebb többszöröse

b) $B=\dfrac{9^2\cdot 2^6\cdot 5}{8^2\cdot 3^4}$

c) $C=\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}\right)\cdot\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}$

A „*c*” résznél írd le a számolás menetét is!

2. Tedd igazzá az alábbi egyenlőségeket a hiányzó mérőszámok beírásával!

a) 5 kg + 25 000 g = ………. kg.

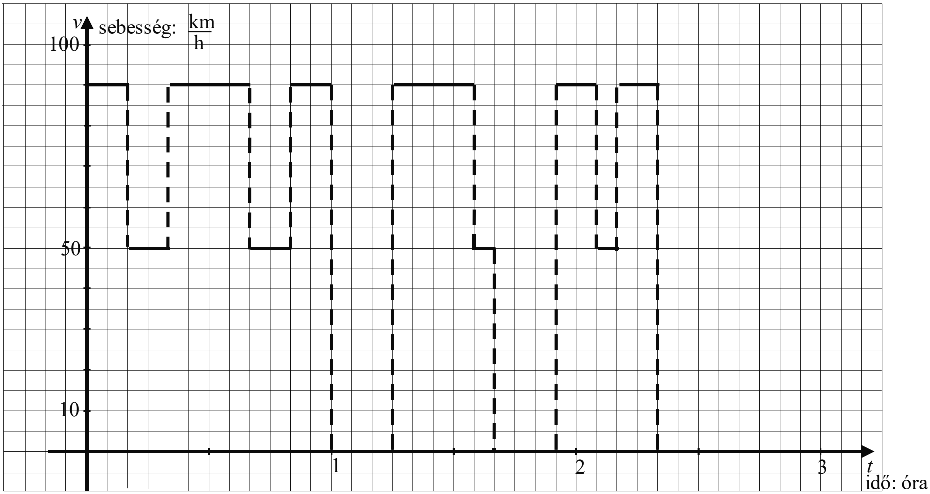
b) 1 hét – 480 perc = ………. óra.

c) 1900 cm^3 + ………. dm^3 = 5900 cm^3.

3. András (A), Béla (B), Cili (C) és Dóra (D) együtt moziba mennek és négy egymás mellett lévő helyre vettek jegyet. Úgy szeretnének leülni, hogy a két fiú nem kerülhet közvetlenül egymás mellé. Írd a táblázat mezőibe a nevek kezdőbetűit a feltételnek megfelelő valamennyi ülésrend szerint! Egy lehetséges ülésrendet megadtunk.

A	**C**	**B**	**D**												

4. Péterék elhatározták, hogy meglátogatják a kecskeméti Vadasparkot. Egyszer egy rövid időre megálltak pihenni, majd később az útjavítás miatt szintén várakozniuk kellett. Az út során az autó sebességét az alábbi grafikon szemlélteti (A gyorsításokra, lassításokra szánt időtől és az azok alatt megtett utaktól eltekintünk.).

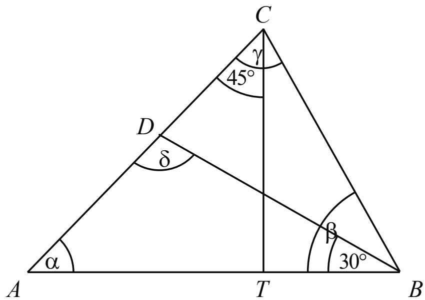


a) Hány kilométerre van a Vadaspark az indulási helytől?

b) Hány percet álltak összesen az út során?

c) Mekkora volt a teljes útra vonatkoztatott átlagsebességük?

5. Az alábbi ábrán vázolt *ABC* háromszögnek meghúztuk a *CT* magasságát és a *BD* szögfelezőjét. Az ábrán két szög nagyságát megadtuk. (Az ábra csak tájékoztató jellegű vázlat, nem pontos méretű!)



a) Mekkora az *ABC* háromszögben az *A* csúcsnál lévő α szög nagysága?

b) Mekkora az *ABC* háromszögben a *B* csúcsnál lévő β szög nagysága?

c) Mekkora az *ABC* háromszögben a *C* csúcsnál lévő γ szög nagysága?

d) Mekkora az *ADB* háromszögben az *D* csúcsnál lévő δ szög nagysága?

6. Egy 30 fős osztály év végi matematika osztályzatainak az átlaga 4,0 lett. Nem bukott meg senki. Három darab kettes és négy darab hármas osztályzat volt. Hány darab ötös osztályzat született az év végén? Írd le a számolás menetét is!

7. Az alábbi eseményekről döntsd el, hogy *biztos*, vagy *lehetséges, de nem biztos*, vagy *lehetetlen*. Írj X-et a táblázat megfelelő oszlopába.

	Biztos	*Lehetséges, de nem biztos*	*Lehetetlen*
Két prímszám összege páros.			
Egy deltoid hosszabb átlója felezi a másik átlót.			
Egy háromszög oldalfelező merőlegesei a háromszögön belül metszik egymást.			
Ha egy szám osztható 6–tal és 8–cal, akkor osztható 48–cal.			
Egy dobozban 2 piros, 3 fehér és 4 zöld színű egyforma méretű golyó van. Bekötött szemmel kihúzunk 4 darab golyót a dobozból. Így minden színű golyóból maradt legalább egy a dobozban.			

8. Egy farmernadrág árát 20%-kal felemelték, majd később, amikor nem volt elég nagy a forgalom, az árat 25%-kal csökkentették. Most 3600 Ft-ért lehet a farmert megvenni. Mennyi volt az eredeti ára? Írd le a számolás menetét is!

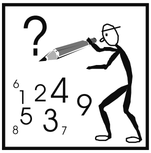
9. A karácsonyi gömb alakú díszeket hatosával műanyag dobozokba csomagolták az ábrán látható módon úgy, hogy azok szorosan illeszkednek egymáshoz és a doboz falához (nem lötyögnek a dobozban). Egy gömb alakú dísz átmérője 4 cm.

a) Hány cm^3 a doboz térfogata?

A doboz elkészítésnél hozzászámoltuk a doboz méreteiből adódó anyagszükséglet 10%-át.

b) Mennyi az összes anyagszükséglet egy doboz elkészítésénél?

10. Ádám és Péter focis kártyákat gyűjtenek. Ádámnak 45-tel több van, mint Péternek. Ha Ádám átadna 15 kártyát Péternek, akkor Ádám kártyáinak a $\frac{3}{4}$ része ugyanannyi lenne, mint Péter kártyáinak a $\frac{4}{5}$ része. Hány kártyája van Péternek? Írd le a számolás menetét is! (A kép csak illusztráció.)



S Z Á M R E J T V É N Y E K

rovatvezető: Csordásné Pásti Natália

A novemberben kitűzött feladat megfejtése az 1. ábrán látható.

A következő számrejtvénynek az alapja egy négyzetrács, amely különböző alakú és területű részekre van osztva (lásd 2. ábra). Minden rész bal felső sarkában egy szám és egy műveletjel (+, –, x, ÷) látható. A megadott szám és műveletjel azt jelenti, hogy az adott részbe írt számok milyen eredményt adnak, ha elvégezzük az adott műveletet úgy, hogy a kivonásnál és az osztásnál a két számot fordított sorrendben is írhatjuk. A négyzetrácsot 1-től 7-ig terjedő számokkal kell kitölteni úgy, hogy a sorokban és oszlopokban a számjegyek pontosan egyszer szerepeljenek.

A vastag vonallal határolt részen belül ismétlődhetnek a számjegyek, amíg nincsenek azonos oszlopban vagy sorban. Az egy négyzetből álló részekbe a bal felső sarokba írt szám kerül.

A feladvány ábrája letölthető az internetről is, a *www.mategye.hu* honlapról. A beküldött megoldáson tüntesd fel a neved, az osztályod és a nevezéskor használt négyjegyű sorszámot! Csak az ezekkel az adatokkal ellátott megfejtések és az interneten a számrejtvénybe benevezett tanulók vesznek részt a versenyben.

1	0	1	0	0	1	0	1	1	0
0	1	0	1	0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0	1	0

1. ábra

4–	3+		2÷		100x	
	112x		6–	6+		48x
11+						
2÷	3÷	6	17+		2÷	
		3–				21x
7+	5	70x	2÷	4–		
				2–		

2. ábra

Jó szórakozást a megoldáshoz!

A feladvány beküldési címe:
MATEGYE Alapítvány 6001 Kecskemét, Pf. 585

Beküldési határidő: 2024. január 9.

Beszámoló a XXX. Amfiteátrum Kupáról

Besnyőné Titter Beáta (Budapest)

Az Óbudai Árpád Gimnázium ismét megrendezte az Amfiteátrum Kupa Matematikaversenyt 2023. november 24-én. Nagy örömünkre a jubileumi 30. versenyt a hagyományos módon, a megújult iskolában tartottuk, az eredményhirdetésre pedig már az új tornateremben került sor.

Az idei verseny még az eddigieknél is népszerűbb volt, 169 ötödik osztályos és 195 hatodik osztályos diák vett részt 50 iskolából. A szokásoknak megfelelően a versenyt a gimnázium 11. évfolyamos speciális matematika tagozatos diákjai szervezték Kézér Ildikó és Sztojcsevné Fekete Mária tanárnő irányításával.

A versenyen ötödikes és hatodikos általános iskolai tanulók vehettek részt, két ötödikes és két hatodikos alkotott egy csapatot, de egyénileg is indulhattak a diákok. A feladatokat 75 perc alatt oldhatták meg versenyzők, akik mindanynyian önállóan dolgoztak. Amíg a gimnázium egykori és mai diákjainak egy lelkes csoportja a feladatok javításával foglalkozott, a versenyzőket érdekes fizika, kémiai kísérletek, biológiai, elektronikai, cirkuszi bemutatók, társasjátékok, kézműves foglalkozások, játékos vetélkedők várták. A verseny alatt a kísérő tanárok és érdeklődők a gimnázium diákjainak színes előadásait hallgathatták meg a gimnázium elmúlt tanévi matematika táborának témáiról.

A versenyzőket egyénileg és csapatban is értékeltük még a verseny napján.

A verseny fő támogatói voltak többek között: Mategye Alapítvány, Mateking, Piatnik, Typotex eKiadó, Ramasoft Kft, a Tácsik és a Cserfalvi Pékség-Cukrászda, Auchan, Tesco, Árpád Gimnáziumért Közhasznú Egyesület, Árpád Gimnázium Szülői Közössége.

A feladatlap elkészítésében köszönöm Koncz Levente tanácsait, szerkesztői munkáját, Urbánné Titter Gabriella, Pilissyné Gál Eszter és Pilissy György lektori észrevételeit.

Eredmények

5. osztály

1. Hála Tamás Godvin *Szentendrei II.Rákóczi Ferenc Ált. Isk. és Gimn.*
tanára: Szente Ágnes

2.	**Bodnár Áron**	*Andor Ilona É-Z Ált. és Alapfokú Műv. Baptista Isk.* *tanára: Gnandtné Szabó Anikó*
3.	**Fehér Zsigmond**	*Kodály Zoltán Magyar Kórusiskola* *tanára: Gondos Tibor*
4.	**Laczkó Péter**	*Szent András Katolikus Általános Iskola* *tanára: Jakab Andrea*
5.	**Szilos Richárd**	*Budapest XIV. Kerületi Németh Imre Ált. Iskola* *tanára: Makó-Tamási Tímea*
6.	**Buzogány Bernát**	*Óbudai Nagy László Magyar-Angol KTNy ÁI.* *tanára: Papp Nóra*
7.	**Sulyok Zsuzsanna**	*Dr. Béres József Általános Iskola* *tanára: Bajzát-Hegedűs Katalin*
8.	**Temesi Máté**	*Andor Ilona É-Z Ált. és Alapfokú Műv. Baptista Isk.* *tanára: Kubinyi Éva*
9.	**Faddi Luca**	*Budapest XIV. Kerületi Németh Imre Ált. Isk.* *tanára: Makó-Tamási Tímea*
10.	**Tőberling Ervin**	*Árpád-házi Szent Erzsébet Gimn., Óv. és Ált. Isk.* *tanárai: Győzőné Friedmann Rita, Miklós Ildikó*

6. osztály

1.	**Csonka Nimród**	*Városmajori Kós Károly Általános Iskola* *tanárai: Kürtössy Emese, Borbély Judit*
2.	**Madas Gergő Barnabás**	*Városmajori Kós Károly Általános Iskola* *tanára: Borbély Judit*
3.	**Faddi Bulcsú**	*Budapest XIV. Ker. Németh Imre Ált. Isk.* *tanára: Fekete Éva*
4.	**Kutas Barnabás**	*Első Óbudai Általános Iskola* *tanára: Tóth Petra*

5.	**Felföldi Márton**	*Óbudai Nagy László Magyar-Angol KTNy. ÁI.* *tanára: Borsos Irén*
6.	**Török Titusz**	*Bp. III. Ker. Krúdy Gyula Angol-Magyar KTNy. ÁI.* *tanára: Csendes Laura*
7.	**Lakatos-Zvada Áron**	*Andor Ilona É-Z Ált. és Alapfokú Műv. Baptista Isk.* *tanára: Bátki Mihály*
8.	**Ujhelyi Alex**	*Pitypang utcai Általános Iskola* *tanára: Laurenczy Margit*
9.	**Fodor Tamás**	*Városmajori Kós Károly Általános Iskola* *tanárai: Kürtössy Emese, Borbély Judit*
10.	**Szövényi László**	*Mindszenty József Római Katolikus Ált. Isk.* *tanára: Scharek Edit*

A csapatversenyt az **Andor Ilona Ének-Zenei Általános és Alapfokú Művészeti Baptista Iskola** nyerte, így egy évig ők őrizhetik az Amfi Kupát. Második helyezett a Budapest XIV. Kerületi Németh Imre Általános Iskola, harmadik pedig a Kodály Zoltán Magyar Kórusiskola lett.

További információk a verseny honlapján olvashatók: www.amfikupa.hu .

A verseny feladatai

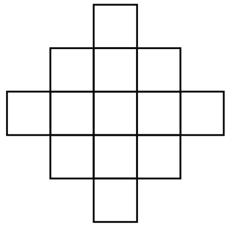
5. osztály

1. Van 7 darab egyliteres üvegünk. Közülük 2 darab üres, 3 darab félig van megtöltve, a többi pedig tele van limonádéval. Hány deciliter limonádénk van összesen?

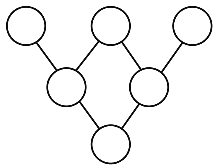
2. Van 30 darab kívülről teljesen egyforma csomagunk. Minden csomagban egy pár cipő vagy egy táska van. A csomagok közül 6-ban fehér táska, 7-ben kék táska, 8-ban fehér cipő és 9-ben kék cipő van.
a) Legkevesebb hány csomagot kell kiválasztani ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük olyan, amiben cipő van?
b) Legkevesebb hány csomagot kell kiválasztani ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük olyan, amiben fehér cipő van?

c) Legkevesebb hány csomagot kell kiválasztani ahhoz, hogy biztosan legyen közöttük két azonos tartalmú (ugyanolyan a tárgy és ugyanolyan a színe is) csomag?
d) Legkevesebb hány csomagot kell kiválasztani ahhoz, hogy biztosan legyenek közöttük olyanok, amelyekben egyforma színű táska és cipő van?

3. Egy 5×5-ös négyzetrácsnak az ábrán látható egy részlete. Tekintsük azokat a négyzeteket, amelyek oldalai a kis négyzetek oldalaiból állnak.
a) Összesen hány darab 1×1-es, hány 2×2-es és hány 3×3-as négyzet található az ábrán?
b) Mindegyik kis négyzetnél megszámoljuk, hogy összesen hány négyzetben van benne az ábrán látható négyzetek közül. Írd be mindegyik kis négyzetbe ezt a számot!



4. A mellékelt ábrán lévő körökbe írjuk be a számokat 1-től 6-ig úgy, hogy minden körbe a felette lévő két körben lévő számok különbsége kerüljön (mindig a nagyobb számból vonjuk ki a kisebbet)! Keress három megoldást: az egyiken 1, a másikon 2, a harmadikon 3 szerepeljen a legalsó körben!



5. Egy nagy téglalapot három kisebb téglalapra daraboltunk. Az egyik téglalap 20 cm×23 cm, a másik pedig 11 cm×24 cm méretű. Mekkora lehet a harmadik téglalap mérete? Keress minél több megoldást!

6. Kilenc korongunk van, 1-től 9-ig megszámozva. Zsófi elvett egy korongot, és azt vette észre, hogy a maradék nyolc korongot három csoportra tudta úgy osztani, hogy minden csoportban ugyanannyi legyen a korongokon lévő számok összege.
a) Melyik korongokat vehette el Zsófi?
b) Ádám nem akart hinni Zsófinak. Keress minél több megfelelő csoportosítást, amellyel meggyőzheted Ádámot!

6. osztály

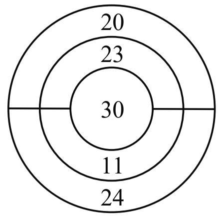
1. Hányszor hat a hatszázhatvanhatból hatszor hat?

2. Csaba felírt egy kétjegyű számot, majd Zita a szám végére írt egy 5-ös számjegyet, a kapott háromjegyű számot elosztotta 7-tel, a hányados végére írt egy 0-t, majd a kapott számot megszorozta 6-tal, és az eredményből kivonta a 11 hétszeresét. Így eredményül 2023-at kapott. Melyik számot írta fel Csaba?

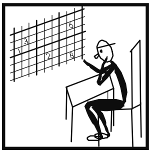
3. Matematika szakkörön Ildi néni minden jelenlévőnek adott 60 darab 1 cm élű kiskockát. Arra kérte őket, hogy az összes kapott kiskocka felhasználásával építsenek tömör, 60 cm^3 térfogatú téglatesteket. Dóri azonnal épített egy 2 cm×3 cm×10 cm-es méretű téglatestet.
a) Mekkorák lehettek még a szakkörös gyerekek által épített téglatestek élei? Keress minél több lehetőséget!
b) Miután elkészültek, azt vették észre, hogy nem volt két egyforma téglatest. Legfeljebb hányan voltak a szakkörön?

4. Petra felírt egy természetes számot, majd megszorozta a tükörképével. (Például a 14 tükörképe a 41, a 125 tükörképe pedig az 521). Azt vette észre, hogy a szorzat 5-re végződik.
a) Sorolj fel minél több ilyen számot, ha a felírt szám és a tükörképe is kétjegyű!
b) Összesen hány ilyen kétjegyű szám van?
c) Összesen hány ilyen háromjegyű szám van

5. Az ábrán látható céltáblán az egyes tartományok az oda beírt pontszámot érik. Mely tartományokat találhatta el Ábel, ha összpontszáma 120 volt, és
a) négy találata volt?
b) öt találata volt?
c) hat találata volt?
Ahol lehet, keress több megoldást is!
(Egy tartományt többször is eltalálhat.)



6. Egy négyzetrácsos lapra egy 2×6-os méretű téglalapot rajzolunk, majd a téglalaphoz két ugyanakkora négyzetet és egy téglalapot illesztünk úgy, hogy az oldalak rácsvonalak legyenek, és a négy alakzat együtt egy négyzetet alkosson (az alakzatok nem fedik egymást, nincs hézag sem).
Mekkora lehet a nagy négyzet oldala, és mekkorák lehetnek az eredeti téglalaphoz hozzáillesztett alakzatok oldalai? Keress minél több megoldást!



S U D O K U

rovatvezetők: Csordásné Pásti Natália és Csordás Péter

A mellékelt ábra tartalmazza az előző havi sudoku helyes megoldását (lásd 1. ábra).

Az új feladvány a 2. ábrán látható. Ezt kell a szabályoknak megfelelően kitölteni és beküldeni.

A feladvány letölthető az internetről is, a *www.mategye.hu* honlapról. A letöltés a nevezéshez használt sorszám és jelszó beírása után lehetséges. Az így letöltött, majd kinyomtatott feladványt kell kitöltés után elküldeni.

A beküldött megoldáson tüntesd fel a neved, az osztályod és a nevezéskor használt sorszámot! Csak az ezekkel az adatokkal ellátott megfejtések vesznek részt a versenyben. A megoldást ugyanarra a címre érkező másik rovat megoldásával is beküldheted.

Jó szórakozást a feladványhoz!

Beküldési cím:
MATEGYE Alapítvány
6001 Kecskemét, Pf. 585

Beküldési határidő:
2024. január 9.

3	**5**	4	9	**7**	**8**	**2**	**6**	1
8	2	**7**	5	6	1	9	4	3
9	1	6	2	4	3	5	8	7
4	8	3	**7**	9	**6**	1	**5**	2
6	7	5	**4**	**1**	**2**	3	9	8
2	**9**	1	**3**	8	5	6	**7**	4
5	6	**8**	**1**	2	7	4	**3**	9
7	4	2	**6**	**3**	**9**	**8**	**1**	5
1	3	**9**	8	5	4	**7**	2	6

1. ábra

	7					**5**		
5	**6**	**1**			**4**			
	4							
	2	**7**		**9**			**8**	
6					**1**			
						3	**9**	
4				**8**				
			6			**9**		**2**
			1			**8**	**3**	

2. ábra

* * * * *

Az Abacus újság novemberi számában megjelent Négyosztályos felvételi (Gyakorló feladatsor III.) és a Hatosztályos felvételi (Gyakorló feladatsor II.) javítókulcsai a *www.mategye.hu* honlapon olvashatók.

L O G I - S A R O K

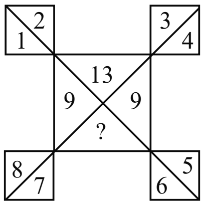
rovatvezető: Tuzson Zoltán

A kitűzött feladványok

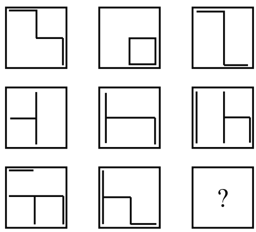
L. 625. Mit írjunk a kérdőjel helyére?

I, V, VII, VIII, X, ?

L. 626. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



L. 627. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



Jó szórakozást és hasznos időtöltést kívánunk!

* * * * *

F I G Y E L E M !

A Logi-sarok feladatai nem szerepelnek a pontversenyben, ezért kérjük, hogy ne küldjétek be a feladatok megoldásait! A megoldások nem kerülnek értékelésre.

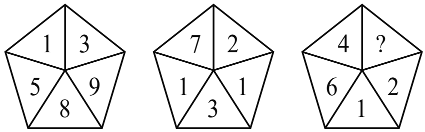
A korábban kitűzött feladványok megfejtése

L. 622. Mit írjunk a kérdőjel helyére?

H, N, Y, F, K, ?

Megfejtés: Vegyük észre, hogy a felsorolt nagy nyomtatott betűk mindegyike éppen 3 szakaszból áll. Az Angol ABC-ben még csak egy ilyen betű van, éppen a Z, ezért ez jár a kérdőjel helyére.

L. 623. Mit írjunk a kérdőjel helyére?



Megfejtés: Megfigyelhető, hogy ha a három ötszöget forgatás nélkül egymásra csúsztatjuk, akkor mind a 4 megfelelő „részben” a számok összege éppen 12. Ezért a $3+2+?=12$ kell legyen, vagyis a kérdőjel helyére 7 talál.

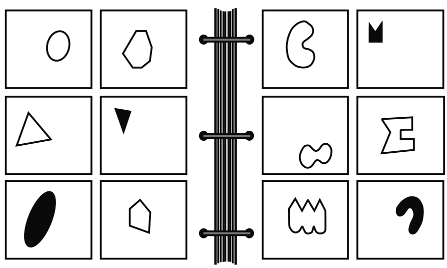
L. 624. Mit írjunk a kérdőjel helyére?

1812	9234
2421	6437
1556	3578
1436	2794
????	2545

Megfejtés: Vegyük észre, hogy ha a második oszlop két első számjegyét összeszorozzuk, akkor az eredmény éppen a baloldali számok első két számjegyét adja. Teljesen hasonló a helyzet az utolsó két számjegy esetén is. Ezek szerint a kérdéses szám 1020.

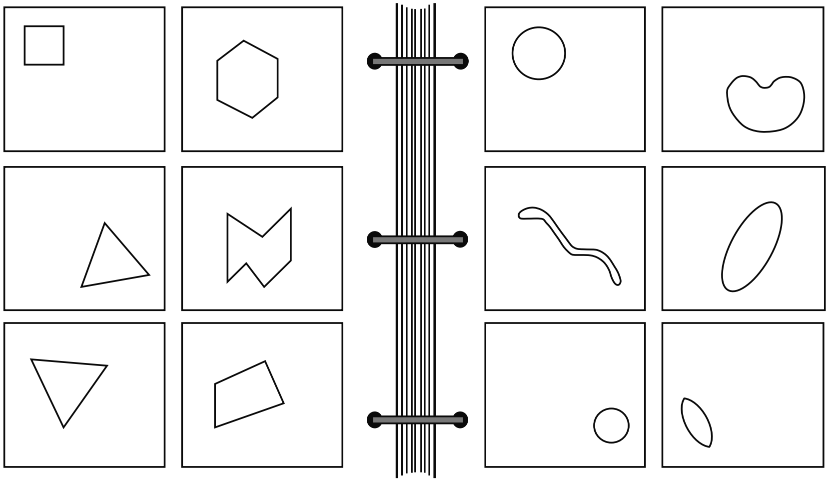
Bongard problémák

BP. 3. Miben különböznek az első csoport ábrái a második csoport ábráitól?



Megfejtés: Figyeljük meg a bal, illetve a jobb oldalon elhelyezkedő alakzatokat. Miután észrevesszük, hogy vannak szögletes alakzatok és vannak görbe vonalú alakzatok, szembetűnő, hogy a bal oldalon mind csak domború (konvex) alakzatok vannak, függetlenül attól, hogy fekete vagy fehér. A jobb oldalon minden éppen fordítva van, mindegyik alakzat konkáv, független attól, hogy fekete vagy fehér.

BP. 4. Miben különböznek az első csoport ábrái a második csoport ábráitól?



Kellemes és hasznos időtöltést és jó szórakozást kívánok minden Olvasónak!

* * * * *

Artúr király lovagjai

Artúr király kerekasztala körül 12 lovag ül. Mindegyik hadilábon áll a két szomszédjával (és csak velük). A királynak a hercegnő kiszabadítására úgy kell kiválasztania 5 lovagot, hogy ezek mindegyike békében legyen a másik néggyel. Hányféleképpen választhat Artúr király?

A feladvány megoldása a 38. oldalon olvasható.
Logikai egypercesek – Trükkös feladványok

Őseink száma

Minden embernek 2 szülője, 4 nagyszülője, 8 dédszülője van, és így tovább. Általában n nemzedékkel ezelőtt 2^n ősünk van. Számítsunk egy nemzedékre 30 évet. E szerint 20 nemzedékkel ezelőtt őseink száma 2^{20}, ami kb. 1 millió. Eszerint 600 évvel ezelőtt több, mint 1 milliószor annyi ember élt a földön, mint most? Hol a hiba az okoskodásban?

A feladvány megoldása a 34. oldalon olvasható.
Logikai egypercesek – Trükkös feladványok

M A T E M A T I K A I   P R O B L É M Á K

rovatvezető: Csete Lajos

A kitűzött problémák

MP. 412. Keressük meg azt a legkisebb pozitív egész n számot, amelynél bárhogyan írjuk fel a 10^n számot két pozitív egész szám szorzataként, a két pozitív egész szám közül legalább az egyik tartalmaz 0 számjegyet (a 10-es számrendszerbeli helyiértékes felírásában)!

MP. 413. Milly Miffin egy muffinnal többet sütött, mint Molly édesanyja. Milly Miffin édesanyja egy muffinnal többet sütött, mint Molly. Milly Miffin, Molly édesanyja, Molly és Milly édesanyja összesen 50 muffint sütött. Másrészt Milly és Molly édesanyja 4 muffinnal többet sütött, mint Molly és Milly édesanyja. Milly hány muffint sütött?

Beküldési határidő: 2024. január 9.

A megoldásokat az alábbi címre várjuk:
Csete Lajos 9023 Győr, Corvin u. 29. III/3.

Korábban kitűzött feladatok megoldásai

MP. 408. A három medve tudta, hogy szerencséje van, amikor egy elhagyatott 21 literes mézesbödönt találtak tele mézzel az erdőben. A medvék találtak még három üres edényt is, amelyek 11 liter, 8 liter, illetve 5 liter térfogatúak voltak. Az intelligens medvék hogyan osztották el egymás között a mézet úgy, hogy mindegyiküknek 7 liter méz jutott?

1. megoldás:

21 liter	**11** liter	**8** liter	**5** liter
21	0	0	0
10	11	0	0
2	11	8	0
2	6	8	5
7	6	8	0
7	1	8	5
7	9	0	5
0	9	7	5
5	9	7	0
5	4	7	5

21 liter	**11** liter	**8** liter	**5** liter
5	9	7	0
3	11	7	0
3	6	7	5
8	6	7	0
8	1	7	5
13	1	7	0
13	0	7	1
2	11	7	1
2	7	7	5
7	7	7	0

Így osztották el a mézet igazságosan.

Bozóki Zénó 7. osztályos tanuló (Bp. XIV., Zuglói Hajós Alfréd Általános Iskola) megoldása.

2. megoldás:

21 liter	**11** liter	**8** liter	**5** liter
21	0	0	0
10	11	0	0
2	11	8	0
2	11	3	5
7	11	3	0
7	11	0	3
0	11	7	3
0	9	7	5

21 liter	**11** liter	**8** liter	**5** liter
5	9	7	0
5	4	7	5
10	4	7	0
10	0	7	4
10	7	0	4
2	7	8	4
2	7	7	5
7	7	7	0

Holderith Anna 8. osztályos tanuló (Bp., XVI. Kerületi Jókai Mór Általános Iskola) megoldása.

3. megoldás:

21 liter	**11** liter	**8** liter	**5** liter
21	0	0	0
10	11	0	0
10	6	0	5
10	0	6	5
10	5	6	0
10	5	1	5

21 liter	**11** liter	**8** liter	**5** liter
10	10	1	0
10	10	0	1
2	10	8	1
2	11	7	1
2	7	7	5
7	7	7	0

A Bolt-könyv 79. oldalán levő megoldás. A megoldást készítette: Nick Chatrath.

Megoldotta még:

Dervalics Anna 8. osztályos tanuló (Zalaegerszeg, Zrínyi Miklós Gimnázium),

Lénárt Kinga 6. osztályos tanuló (Gödöllő, Premontrei Szent Norbert Gimnázium) (a megoldásában az egyik medvének kimérnek 7 liter mézet, aki azt gondolom megeszi, majd a maradék 14 liter mézet osztogatja a másik két medve amíg a végén mindegyiküknek 7 liter méz jut az edényekben),

Lin Keyi Koko 8. osztályos tanuló (Budapest, Berzsenyi Dániel Gimnázium),

Sőtér Jázmin Sára 7. osztályos tanuló (Zalaegerszeg, Zrínyi Miklós Gimnázium),

Sőtér Hunor Marcell 7. osztályos tanuló (Zalaegerszeg, Zrínyi Miklós Gimnázium).

1. megjegyzés: A problémát a következő helyről vettük. Brian Bolt: *A mathematical Pandora's box,* Cambridge University Press, Cambridge, 1993. (A 12. oldalon levő 11. feladat.)

2. megjegyzés: A következő két feladat hasonló:

1. *Valakitől kaptunk egy 12 literes, folyadékkal megtöltött edényt, valamint két üres edényt, amelyek közül az egyik 9 literes, a másik pedig 5 literes. Hogyan lehet a folyadékot két egyenlő részre osztani?*

2. *Három ember elrabolt egy férfitől egy 24 unciányi balzsamot tartalmazó vázát. Menekülés közben találkoztak egy üvegessel, akitől három üvegedényt vásároltak. Amikor biztonságos helyre érkeztek szét akarták osztani a zsákmányt, ekkor derült ki, hogy edényeikbe egyenként 13, 11, illetve 5 unciányi folyadékot lehet tölteni. Hogyan tudták zsákmányukat egyenlően szétosztani?*

E két feladat a következő könyvben szerepel: H. S. M. Coxeter – S. L. Greitzer: *Az újra felfedezett geometria*, Gondolat, Budapest, 1977. 153. oldal. A könyv megemlíti, hogy a 2. feladat a következő könyvből származik: W. W. R. Ball: *Mathematical Recreations and Essays*, (11th ed.), Macmillan, London, 1939.

A Coxeter-Greitzer-könyv a 145-152. oldalain tárgyal egy érdekes geometriai módszert az ilyen jellegű problémák megoldására. (*A három kancsó problémája*)

3. megjegyzés:
Az *Abacus* folyóirat *Logi-sarok* rovatvezetője Tuzson Zoltán tanár úr. A tanár úr a következő könyvében nagyon alaposan tárgyalja a hasonló problémákat:
Tuzson Zoltán: *Hogyan oldjunk meg aritmetikai feladatokat?* (Negyedik, bővített kiadás), Ábel Kiadó, Kolozsvár, 2014. 165-183. oldal.

4. megjegyzés: További szakirodalom:
Tuzson Zoltán: Töltögetési feladatokról I., *Abacus*, 1997. február, 238-240. oldal.
Tuzson Zoltán: Töltögetési feladatokról II., *Abacus*, 1997. március, 266-267. oldal.
Tuzson Zoltán: Töltögetési feladatokról III., *Abacus*, 1997. április, 317-319. oldal.

MP. 409. Hány olyan pozitív egész szám van, amely legfeljebb 1000, és nem osztható 2-vel vagy 5-tel? Mekkora ezen számok átlaga?

1. megoldás: Az 1 és az 1000 között a páros számok száma 500 darab. Míg az 5-tel osztható számok száma 200 darab. A 2-vel és 5-tel osztható számok száma 100 darab.
Így összesen $1000-(500+200)+100=400$ darab olyan szám van, amely nem osztható 2-vel vagy 5-tel.
Állítsuk párokba ezen számokat: $1+999=1000$, $3+997=1000$, $7+993=1000$, és így tovább. 200 ilyen számpár van. Tehát a megfelelő 400 darab szám átlaga: $\frac{1000\cdot 200}{400}=500$. Tehát a megfelelő számok átlaga 500.

Dömők Dávid 6. osztályos tanuló (Bp., Kőbányai Keresztury Dezső Ált. Isk.) megoldása.

2. megoldás: A lehetséges végződései a megfelelő számoknak: 1; 3; 7; 9. Ez 4-féle lehetőség. A tízesek helyén 10-féle lehetőség van és a százasok helyén is 10-féle lehetőség van. Ezért a megfelelő számok száma: $10\cdot 10\cdot 4=400$ darab.
Állítsuk párba a megfelelő számokat: 1; 3; 7; 9; 11; …; 989; 991; 993; 997; 999.
$1+999=1000$, $3+997=1000$, $7+993=1000$, stb.

Minden ilyen pár összege 1000. Mivel 200 ilyen pár van, ezért a megfelelő számok átlaga $(1000 \cdot 200):400 = 500$. Tehát a megfelelő számok átlaga: 500.

Kádár Luca 8. osztályos tanuló (Budapest, III. Veres Péter Gimnázium) megoldása.

Megoldotta még:

Bozóki Zénó 7. osztályos tanuló (Budapest XIV., Zuglói Hajós Alfréd Általános Iskola) (aki az átlagot a számtani sorozat segítségével számolta ki),

Dervalics Anna 8. osztályos tanuló (Zalaegerszeg, Zrínyi Miklós Gimnázium),

Holderith Anna 8. osztályos tanuló (Budapest, XVI. Kerületi Jókai Mór Általános Iskola),

Lénárt Kinga 6. osztályos tanuló (Gödöllő, Premontrei Szent Norbert Gimnázium),

Lin Keyi Koko 8. osztályos tanuló (Budapest, Berzsenyi Dániel Gimnázium)(aki a megfelelő számok darabszámát számolta ki),

Sőtér Jázmin Sára 7. osztályos tanuló (Zalaegerszeg, Zrínyi Miklós Gimnázium), (aki táblázatba rendezte a megfelelő számokat, e számok összegét és az átlagokat),

Sőtér Hunor Marcell 7. osztályos tanuló (Zalaegerszeg, Zrínyi Miklós Gimnázium),

Zawadowski Júlia 7 .osztályos tanuló (Bp., ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium).

1. megjegyzés: A problémát a következő helyről vettük. Stephen Siklos: *Advanced Problems in Mathematics: Preparing for University*, OpenBook Publishers, 2019. (New Revised Edition)
A 25. oldalon a 4. (i) probléma.
E könyv 4.(ii) problémája:
Hány nullánál nagyobb vagy azzal egyenlő és 9261-nél kisebb egész szám nem osztható 3-mal vagy 7-tel? Mennyi ezeknek az egész számoknak az átlagértéke?
Végeredmény: A megfelelő számok száma: 5292. A számok átlaga: $9261:2 = 4630{,}5$.
A Siklos-könyv valójában egyetemi felvételire készíti fel a középiskolás felvételiző tanulókat. De egy-két problémája esetleg általános iskolai tanulóknak is alkalmas lehet.

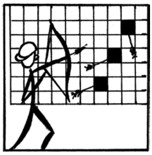
2. megjegyzés: *Kádár Luca 8. osztályos tanuló (Budapest III., Veres Péter Gimnázium)* is megoldotta az **MP.406.** és az **MP.407.** problémát. Megoldása sajnos késve érkezett.

* * * * *

A rablók aranya

Hét rabló osztozkodik a zsákmányolt aranyon. Megbeszélik, hogy úgy osztják el a pénzt, hogy növekvő magassági sorrendben vesznek belőle, és mindig annyit vesznek el, amennyi a még elosztatlan aranyak számának számjegyeinek összege. Két kör után minden arany elfogy. Mindenkinek ugyanannyi jutott, csak a bandavezér kapott többet. Hány magasabb rabló van a bandavezérnél?

A feladvány megoldása a 38. oldalon olvasható.
Logikai egypercesek – Trükkös feladványok



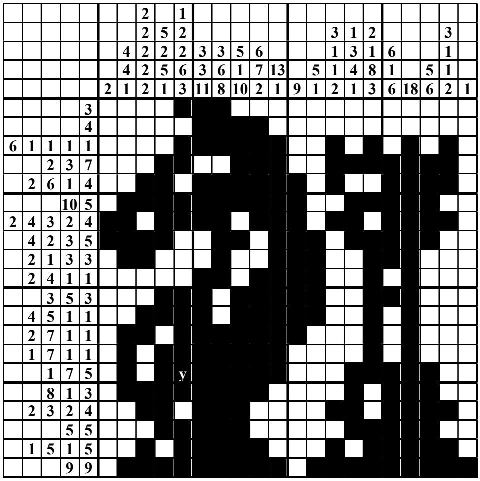
L O G I G R A F I K A

rovatvezető: Pusztai Ágota

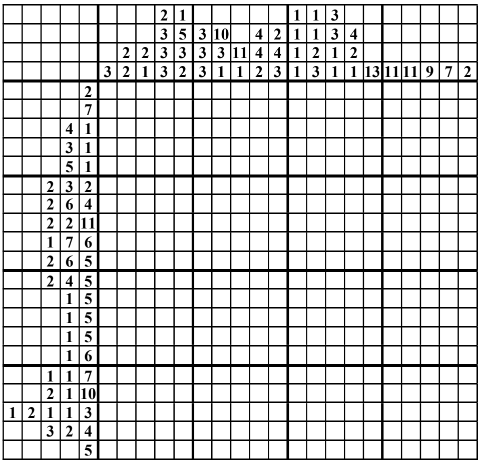
Nézzük meg először az előző havi feladvány megoldását! A jól színezett képen két sakkfigura látható, egy ló és egy bástya (1. ábra). Úgy gondolom, most már bátran belevághatunk a gondolkodtatóbb feladványok sorozatába. Nem kell megijedni, ha a színezés folyamán valahol egy kicsit elakadtok. Mindig van kiút és folytatás, csak ügyesen meg kell találni! A 2. ábrán az új rejtvényt látjátok, megoldását a korábbiakban megadott módon várjuk a szerkesztőség címére.

Testvérek vagy azonos iskola tanulói közös borítékban is beküldhetik megfejtéseiket, akár a matematika pontverseny megoldásaival közösen is.

A logigrafika ábrája letölthető a *www.mategye.hu* honlapról. Ez a nevezéshez használt sorszámmal és jelszóval lehetséges. A megoldásra írd rá neved, osztályod és a nevezéskor használt négyjegyű sorszámodat. A tisztázásnál ügyelj a pontos átmásolásra, kár pontokat veszíteni az esetleges figyelmetlenségek miatt! Az elkészített megoldást zárt borítékban küldd el az alábbi címre:



1. ábra



2. ábra

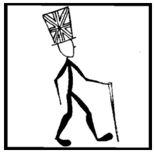
ABACUS Logigrafika 1437 Budapest, Pf. 774

Beküldési határidő: 2024. január 9.

Mindenkinek Nagyon Boldog Karácsonyt és jó pihenést kívánok!

M A T H S

rovatvezető: Pilter Adorján



Last month we mentioned limericks and I promised that this month we will look at a special limerick:

The British wordplay and recreational mathematics expert Leigh Mercer (1893–1977)[1] devised the following mathematical limerick:

$$\frac{12+144+20+3\sqrt{4}}{7}+(5\cdot 11)=9^2+0$$

Does this look like poetry?
Is this a limerick?

The British have special names for the first three numbers of the numerator. Dozen is used for a grouping of twelve, like "a dozen eggs" means twelve eggs, or "a dozen doughnuts" means twelve doughnuts. A "dozen cycles of the moon" means twelve cycles of the moon.
Gross refers to a dozen dozen, or a square dozen, in other words 12^2.
Finally, a group of twenty may be referred to as a score. It appears in several places, like the Gettysburg Address, which was delivered by Abraham Lincoln, which begins as "Four score and seven years ago" meaning 87 years ago. It is also used for the Ł20 in the cockney slang; it would be called a score.

Knowing these expressions, the "poem" above reads as follows:

A dozen, a gross, and a score

Plus three times the square root of four

Divided by seven

Plus five times eleven

Is nine squared and not a bit more.

---

[1] https://web.archive.org/web/20210526180604/https://www.lockhaven.edu/~dsimanek/mayhem.htm

We can even check the validity of the calculation:

$$\frac{176+6}{7}+55=81+0$$

$$\frac{182}{7}+55=81+0$$

$$26+55=81+0$$

$$81=81$$

Now I would like to encourage you to try to write mathematical limericks like the one above and send me those. The best ones are going to be published here.

Your poem can be sent to:

abacus@mategye.t-online.hu
Please write "MATHS" into the subject field.

* * * * *

Special thanks and congratulations to Murányi Míra and Murányi Máté for their neat and detailed work and solution to the October questions. Keep up the good work!

* * * * *

„Őseink száma" megoldása

A (hibás) okoskodás azt feltételezi, hogy minden családban csak egy gyerek van. Hibás egy másik lépés is. Nem mondhatjuk, hogy n nemzedékkel ezelőtti őseink száma 2^n, hanem csak azt, hogy legfeljebb ennyi. Így hibás az okoskodás.

A feladvány szövege a 27. oldalon olvasható.
Logikai egypercesek – Trükkös feladványok

* * * * *

„A Mikulás számai" megoldása

Egyjegyűeknél: 1 db.
Kétjegyűeknél (10-től 89-ig): 8 db.
Kéjegyűeknél (90-től 99-ig): 11 db.
Összesen: 1+8+11=19 darab kilences számjegyet írt le.

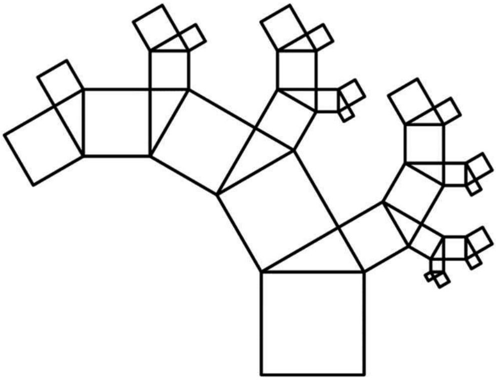
A feladvány szövege az 5. oldalon olvasható.
Logikai egypercesek – Trükkös feladványok

M A T H E M A T I K

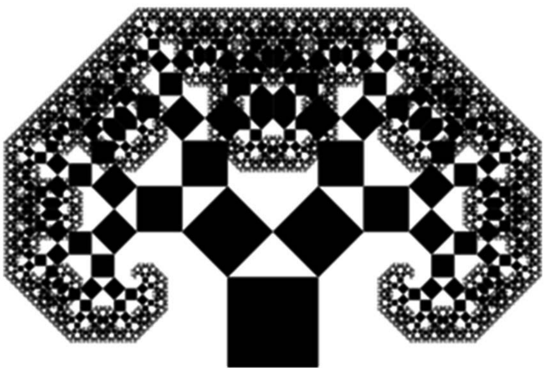
rovatvezető: Nagy Barbara

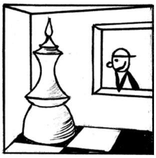
Fraktale sind solche komplexen geometrischen Figuren, deren kleinere Teile an die größeren Teile und an die ganze Figur ähneln, in diesen Formen kommt also die Selbstähnlichkeit mehrmals vor. Ein sehr berühmter mathemarischer Fraktal ist der Pythagoras-Baum. Hier kannst du 2 Versionen anschauen!

Quelle des Bildes:
https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b9/Pythagoras_tree_construct_5of5.png



Quelle des Bildes:
http://users.atw.hu/fraktalokgimsz/e107_plugins/pviewgallery/gallery/album1/pythagorastree.png





S A K K - S A R O K

rovatvezető: Karácsonyi Kata

Érdekességek

A mai érdekességek részben a különböző sakkváltozatokról lesz szó. Bár a legtöbb ember a klasszikus szabályok szerint játszik, de vannak, akik szeretnek csavarni egyet az ismert formulán. Így alakultak ki a sakkváltozatok, melyek mindegyikének saját szabályrendszere van. Ezek jók tudnak lenni, ha egy kis változatosságra vágytok, vagy csak meg szeretnétek tanulni egy új játékmódot a sakkon belül. Ezek közül sokat akár online felületeken is kipróbálhattok (pl.: chess.com).

Sakkváltozatok

- **Sakk960**: A sakk960 (Fischer random) esetében a bábuk kiinduló állása eltér a megszokottól. A gyalogok kezdőpozíciója változatlan, de az alapsoron a tisztek elhelyezése véletlenszerűen történik, a gép sorsolja. A figuráid helyzete viszont az ellenfeleddel megegyező, tehát ugyanabból a helyzetből indultok. Mostanában elég népszerűvé vált ez a mód, hiszen ez hasonlít leginkább a klasszikus sakkhoz, ugyanakkor elkerüli a megnyitáselméletet.
- **A hegy királya**: Az nyer, aki előbb el tudja juttatni a királyát a centrumba, a tábla középső mezőinek egyikére (a "hegy tetejére") vagy aki előbb mattot ad. Jó taktika lehet megvárni, hogy az ellenfél királya egyedül előremerészkedjen, és bemattolni mielőtt beér a centrumba.
- **Tandem**: Ez egy kétpáros játék. Ha egy játékos leüt egy bábut a tábláról, azt a csapattársa sajátjaként használhatja fel. Példa: világossal játszok, a csapattársam pedig egy másik táblán sötéttel van. Ő leütött egy világos huszárt, így azt én a következő körtől kezdve bármikor feltehetem a táblám tetszőleges szabad mezőjére. Az a csapat nyer, aki először mattot ad.
- **Crazyhouse**: Ez egy kimondottan izgalmas változat, bár néha sokáig el tud húzódni egy ilyen meccs. Itt sajátodként használhatod fel az általad leütött bábukat. Példa: világossal vagyok és leütök egy sötét gyalogot. Az ütés után ez a gyalog világossá változik, így a következő körtől már a saját bábuként rakhatom fel a táblára.
- **Háromszori sakk**: Ebben a változatban az nyer, aki előbb ad háromszor sakkot az ellenfélnek. Érdemes a megnyitásban hamar kifejleszteni a futókat, hisz ők könnyen tudnak sakkot adni az ellenfél királyának.

- **Francia sakk**: Ebben a játékban az nyer, akinek először elfogynak a bábui. Ha a lépésen levő játékos ütni tud, köteles is. Ha többféleképpen is lehet ütni, lehet választani ezek közül. A királyt is ugyanúgy le lehet és kell ütni, mint a többi figurát, így a sakkadás fogalma nem létezik (bármit léphetünk akkor is, ha királyunk ütésben van). A gyalogátváltozást illetően: olyan bábut kell felvenni, amilyen átváltozási mezőre érkezett az adott gyalog (tehát ha c1-f1: futót, d1: vezér, a1-h1: bástya stb.).

A novemberi feladványok megfejtései

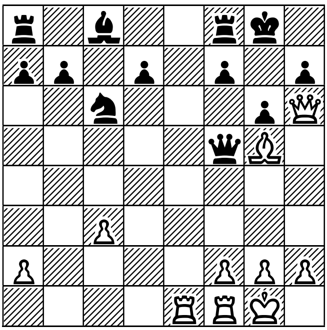
Az első feladvány: 1.Vf7 Vc8 2.Vxc4 Vxc4 3.Bxd8+ Vd8 4.Bxc8# [1…Vxf7 Bxd8#]

A második feladvány: 1…He2+ 2.Hxe2 Fxb2+ 3.Kxb2 Bxd1 és fehér még egy tisztet elveszít.

A harmadik feladvány: 1.Bxg7+ Kxg7 2.He6+ dxe6 3.Bd7+ Kh8 4.Vxh7#

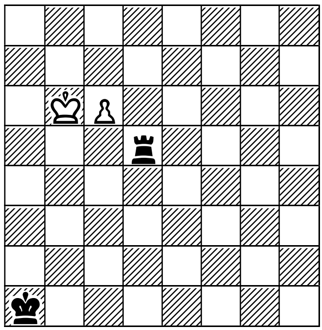
A negyedik feladvány: 1.Ve6 Bxc8 2.He7+ Kh7 3.Vxf7 és világos nyer.

Feladványok



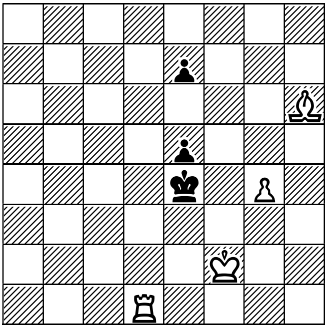
*

1. feladvány: Egy könnyű bemelegítő matt, ami Polgár Judit játszmájában történt meg. Világos lép!



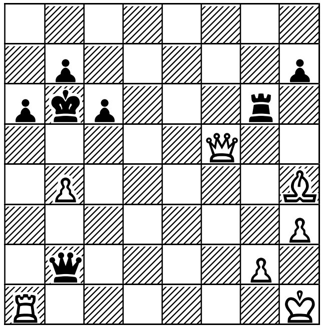
**

2. feladvány: Egy ismertebb, de ravasz végjáték. Világos lép és nyer, de fontos, hogy feketével is megtaláljuk a legszívósabb védőlépéseket!



****

3. feladvány: Világos indul és 3 lépésben mattot ad a felfedett sakk segítségével!



***

4. feladvány: Sötét Vg2 mattal fenyeget, úgyhogy gyorsan kell cselekedni. Matt 7 lépésben!

A megoldások beküldési határideje: 2024. január 9.

Beküldési cím: ABACUS Sakk 1437 Budapest, Pf. 774

Kérjük, a borítékra írjátok rá „Sakk-sarok“!

* * * * *

„Artúr király lovagjai” megoldása

A megoldás 36. Először nézzük azt az esetet, amikor a lovagok egyenes asztal mellett ülnek. Ha a, b, c, d, e a kiválasztott lovagok sorszáma, akkor (mivel nem lehet köztük két szomszédos) $A=a$, $B=b-1$, $C=c-2$, $D=d-3$, $E=e-4$ különböző, 1 és 8 közé eső számok. Ilyen összesen „8 alatt 5” = 56 db van. Mivel a lovagok körben ülnek, ezért nem jó az a kiválasztás, amikor $a=1$ és $e=12$, azaz $A=1$ és $E=8$. Ilyen számötös van „6 alatt 3” = 20. $56-20=36$.

A feladvány szövege a 27. oldalon olvasható.

„A rablók aranya” megoldása

Két magasabb rabló van a vezérüknél. Ha egy számból levonjuk számjegyeinek az összegét, akkor 9-cel osztható számot kapunk. Az utolsónak így 9 arany jutott, és ha visszafelé gondolkozunk, akkor: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 99, 108, 117, 126, 135 arany várt még elosztásra. (A 90 nem véletlenül maradt ki!) Innen már látható, hogy az kapja a legtöbbet, aki a 99 db elosztásra váró arany esetén húz, ez pedig sorban az ötödik, így még van nála két magasabb.

A feladvány szövege a 31. oldalon olvasható.

F I Z I K A R O V A T

rovatvezető: Szatmáry Zsolt

A kitűzött feladatok

851. *(Kifejtős feladat)* Kistelepüléseken ma is gyakori, hogy az elektromos vezetékek a levegőben haladnak. Modellezzünk egy ilyen vezetéket egy oszlopközben. Szúrj két hurkapálcikát gyurmába vagy puha radírba. Köss a két pálcikára ugyanolyan magasan egy 120–150 cm-es vizes cérnaszál két végét.

1. Vizsgáld meg az „oszlopok" távolságát (rögzített cérnahossz mellett) változtatva a belógás nagyságát. (Belógás: a cérnaszál legalacsonyabb pontjának a távolsága a vízszintestől.) Legalább 10 távolságnál mérj! Készítsd el a távolság-belógás grafikont. Készíts fotót az elrendezésről, és küldd be!

2. Vizsgáld meg rögzített oszloptávolságnál (pl. 100 cm) a különböző hosszúságú cérnák belógását! Itt is 10 esetben végezd el a mérést! Készítsd el a cérnahossz-belógás grafikont. Miért fontos ismerni a belógás mértékét különböző vezetékhosszúságoknál a gyakorlatban?

Szatmáry Zsolt

852. (*7.*) Ha Feri szánkón ülő kisöccsét húzza vízszintes talajon állandó sebességgel, akkor a szükséges húzóerő 6,4 N. A szánkó testvérével együtt 32 kg. Egy alkalommal állóhelyből indulva 8 másodperc alatt 14,4 km/h óra sebességre gyorsította fel egyenletesen a szánkót, szintén vízszintes húzóerőt kifejtve, majd ezzel a sebességgel még újabb 8 másodpercig húzta kisöccsét. Készítsd el a szánkó sebesség-idő grafikonját! Mekkora utat tett meg a szánkó a 16 másodperc alatt? Mekkora munkát végzett összesen Feri? Mekkora munka fordítódott a szánkó gyorsítására? A végzett munka hány százaléka fordítódott a talaj és a szánkó belső energiájának növelésére?

Szatmáry Zsolt

853. (*7.*, *8.*) Egy autó teljes megtett útjának 80%-át autópályán, 130 km/h-val tette meg. A fennmaradó részben vagy városban haladt, 50 km/h-val, vagy országúton, 90 km/h-val. Mekkora lehetett a teljes útra vett átlagsebessége? Készíts grafikont, hogyan függ az átlagsebesség a két szakasz viszonyától! (A grafikon megrajzolásához bátran használj alkalmazást, programot!)

Szatmáry Zsolt

854. (*8.*) Téli napon egy 0°C-os tóba 2 kg-os, –30°C-os alumínium darabot lógatunk teljesen a vízbe merülve egy rugós erőmérő végén. Hány %-kal csökken az erőmérő által mutatott kezdeti érték a termikus egyensúly beállta után? ($\rho_{Al}=2{,}7\,\frac{g}{cm^3}$; $\rho_{víz}=1\,\frac{g}{cm^3}$; $\rho_{jég}=0{,}9\,\frac{g}{cm^3}$; $c_{Al}=900\,\frac{J}{(kg\cdot{}^\circ C)}$; $L_{0jég}=335\,\frac{kJ}{kg}$). Tételezzük fel, hogy az alumíniumdarab csak a vízzel lép termikus kölcsönhatásba, és a megfagyott víz teljes egészében ráfagy az alumíniumdarabra. (Az alumínium hőtágulásától tekintsünk el. $g=10\,\frac{m}{s^2}$)

Szatmáry Zsolt

855. (*8.*) Lali „feketedobozzal” kísérletezik. Annyit tud róla, hogy – valamilyen módon kapcsolva – 4 darab 1 Ω-os ellenállás van benne. A és B és C kivezetések között méri meg az ellenállást univerzális mérőműszerrel. Az A és B kivezetések között 0,6 Ω-ot, az A és C kivezetések között szintén 0,6 Ω-ot, a C és B kivezetések között 0,4 Ω-ot mért. Hogyan lehetnek az ellenállások kapcsolva a dobozban?

Szatmáry Zsolt

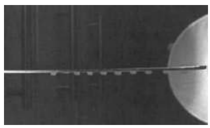
Beküldési határidő: 2024. január 9.

A megoldásokat az alábbi címre küldjétek:
ABACUS Fizika 1437 Budapest, Pf. 774

Korábban kitűzött feladatok megoldásai

841. *(Mérési/kifejtős feladat)* Vizsgáljuk meg a hő terjedését fémekben! Mérd meg egy fémpálcában a hő terjedési sebességét! Végy egy hosszabb fémpálcát (én az IKEA-ban kapható „GRILLTIDER Nyárs, rozsdamentes, 30 cm”-t használtam, de bármilyen drót megfelelő). Helyezz el a pálcán egyenlő távolságokban kis viaszgolyókat! Egyik végét melegítsd mécsessel vagy gyertyával egyenletesen! Add meg több mérés alapján a sebességet! Hogy nevezzük a hő ilyen terjedését? Mi a magyarázata? Küldj be fotót a kísérletről!

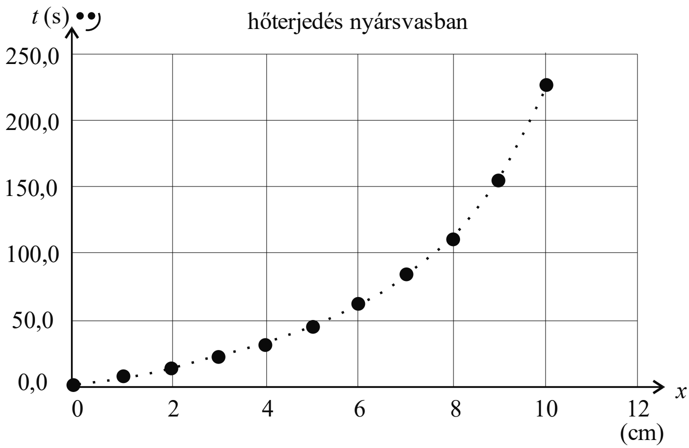
Szatmáry Zsolt



Megoldás: Ebben a hónapban is rengeteg nagyszerű megoldás érkezett. Ezúttal Schneider Viola 7. osztályos tanuló (Zrínyi Miklós Gimnázium, Zalaegerszeg) által beküldöttek alapján készült megoldást közlünk.
<u>Mérés helye</u>: házunk konyhája.
<u>Mérés ideje</u>: 2023. november 11. (szombat).
<u>Eszközök</u>: nyársvas, viasz, gyertya, gyufa, mobiltelefon stopper alkalmazás.
<u>Előkészületek</u>: 4 nyársvasra gyertya segítségével viaszt cseppentettem, – több előzetes kísérlet alapján – centiméterenként.
<u>Mérés menete</u>: Mind a négy vasrúd esetén megmérjük a hevítés kezdetétől az

egyes viaszcseppek megmozdulásáig eltelt időt. Minden esetben ugyanazt a gyertyát használtam a melegítéshez, és ügyeltem, hogy mindig a láng felső harmada érje a vasrúd hegyes végét. A mért adatokat táblázatba foglaltam, majd átlagolás után grafikont készítettem.

s (cm)	*t* (s)				
	1.	2.	3.	4.	átlag
0	0	0	0	0	**0,0**
1	5,63	5,80	5,71	5,68	**5,7**
2	11,31	12,35	12,05	11,57	**11,8**
3	19,36	19,57	19,48	19,46	**19,5**
4	29,48	31,79	31,08	30,59	**30,7**
5	42,56	42,95	43,05	42,87	**42,9**
6	59,93	61,74	61,23	60,83	**60,9**
7	84,85	85,85	86,17	85,75	**85,7**
8	112,37	112,93	113,27	112,83	**112,9**
9	160,25	151,22	165,89	157,31	**158,7**
10	226,84	237,15	239,10	231,54	**233,7**



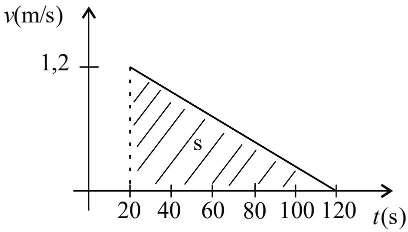
Tapasztalat: A melegítés helyétől távolodva egyre több idő szükséges a hő újabb 1 centiméternyi terjedéséhez, azaz a rúd vége felé haladva a hő egyre lassabban terjed. A grafikonon látható, hogy az első 3 cm-en a hő terjedése közel egyenletes. Az átlagsebessége: $v_{\text{átl}} = \frac{s_{\text{összes}}}{t_{\text{összes}}} = \frac{3\,\text{cm}}{19{,}5\,\text{s}} = 0{,}154\,\frac{\text{cm}}{\text{s}} \approx 1{,}5\,\frac{\text{mm}}{\text{s}}$. A melegítés elején tehát 1,5 mm-t terjedt a hő másodpercenként, aztán egyre csökken ez az érték. Ennek magyarázata, hogy a vasrúd egye több hőt adott le a környezetének,

mivel egyre hosszabb részen hűlt, így egyre több hő kellett újabb 1 cm hosszúságú szakaszának átmelegedéséhez.
A mérést befolyásoló tényezők:

- nem tudtam folyamatosan egyenletesen melegíteni
- a viasz megmozdulásának megállapítása nem volt egyértelmű
- a viaszcseppek távolságának pontatlansága.

847. (*7.*) Soma gyakran evez át a közeli folyón. A folyó 180 méter széles, és egy a folyószabályozásra épített sarkantyú lóg bele 30 méter hosszan a partra merőlegesen. Soma a partra merőlegesen evez, a vízhez képest állandó, 1,5 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ -os sebességgel. A sarkantyú mögött szokott elindulni, ahol végig áll a víz. Majd a sarkantyú végénél hirtelen 1,2 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ -ra ugrik a folyó sebessége, innen egyenletesen csökken le 0-ra a túlpartig. Mennyivel „lejjebb” szokott a túloldalon partot érni?

Szatmáry Zsolt



Megoldás: Számoljuk ki, hogy Soma hány másodperc alatt ér át a túlpartra! A sarkantyú mellett $\frac{30}{1{,}5}=20$ s alatt halad el, a további 150 métert $\frac{150}{1{,}5}=100$s alatt teszi meg. Ezután rajzoljuk fel a sebesség-idő grafikont. A grafikon alatti terület adja meg a megtett út számértékét, azaz azt a távolságot, mellyel a folyó lejjebb sodorja: $s=0\cdot 20+\frac{1{,}2\cdot 100}{2}=60$ m, hiszen csak a derékszögű háromszög területét kell kiszámítani, az első 20 s alatt nincs sodrás.

848. (*7., 8.*) Egy történet szerint, melyet Vitruvius, római építész írt le, Hierón (i. e. 308–215), szürakúzai király számára gyanús volt a korona, amit az aranyművese készített a templom számára. Ezért megbízta Arkhimédészt, hogy valahogyan találja ki, hogy az összes aranyat felhasználta-e az aranyműves, amit a korona készítésére adott. Arkhimédész a kádban ülve jött rá a megoldásra. Ezután állítólag meztelenül szaladva Szürakúza utcáin kiabálta: "heuréka, heuréka!". Vitruvius története szerint Arkhimédész a kitalált módszerrel megállapította az aranyműves csalását, miszerint némi aranyat ezüsttel próbált pótolni a koronában. Arkhimédész a kiszorított víz mérése segítségével oldotta meg a problémát. A következő adatokkal oldjuk meg Arkhimédész

feladatát! Színültig töltve egy edényt vízzel, majd belehelyezve egy testet, megmérhető a térfogata a kifolyt víz mennyisége alapján. A korona tömege 800 gramm, vízbe merítve 8,55 cm^3-rel több vizet szorít ki, mint egy 800 grammos színarany test. Milyen arányban (hány %-a) van a koronában az ezüst? ($\rho_{\text{arany}} = 19{,}3$ g/cm^3; $\rho_{\text{ezüst}} = 10{,}49$ g/cm^3).
Megjegyzés: Más források szerint a felhajtóerő vizsgálatával oldotta meg a problémát.

Szatmáry Zsolt

Megoldás: Számoljuk ki először, hogy mennyi vizet szorítana ki a korona, ha színaranyból lenne: $V_1 = \frac{m}{\rho_{\text{arany}}} = \frac{800}{19{,}3} = 41{,}45$ cm^3. Mennyit szorít ki az aranyműves koronája? $41{,}45 + 8{,}55 = 50$ cm^3-t. Most legyen x az arányszám, mely megmutatja, hogy az aranyműves koronájának hányad része ezüst. Nyilván x 0 és 1 közötti szám, az $(1–x)$ megadja, hogy a korona tömegének hányad része arany. Ezzel felírhatjuk az aranyműves koronájának térfogatát: $\frac{x \cdot 800}{19{,}3} + \frac{(1-x) \cdot 800}{19{,}3} = 50$. Ezt megoldva kapjuk, hogy $x = 0{,}2456$, azaz az aranyműves koronája tömegének 24,56%-a ezüst.

849. (*8.*) Ernő talál két azonos térfogatú hengert. Az egyikre rá van írva, hogy alumínium, a másikról lekopott a felirat. Ránézésre sárgaréznek tűnik, de meg szeretne győződni róla, hogy lehet-e sárgaréz. Ezért egy kétkarú mérleg két oldalára függeszti a két hengert, majd mindkettőt vízbe meríti, és addig állítgatja őket, míg egyensúlyba nem kerülnek. Ekkor az alumínium felfüggesztése 16 cm-re van a tengelytől, az ismeretlen hengeré pedig 3,6 cm-re. Lehet-e sárgarézből az ismeretlen henger? ($\rho_{\text{alumínium}} = 2{,}7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$; $\rho_{\text{víz}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

Szatmáry Zsolt

Megoldás: Mivel a két henger térfogata megegyezik, ezért a rájuk ható felhajtóerők is egyenlők: $F_{\text{fel}} = V \cdot \rho_{\text{víz}} \cdot g$. Mivel a mérleg egyensúlyban van, ezért a két oldalon ható forgatónyomatékok egyenlők: $(m_{\text{x}} \cdot g - F_{\text{fel}}) \cdot k_1 = (m_{\text{Al}} \cdot g - F_{\text{fel}}) \cdot k_2$, ahol k_1 az ismeretlen tömeghez, k_2 pedig az aluminium hengerhez tartozó erőkar. Beleírva felhajtóerőt kapjuk, hogy $(m_{\text{x}} \cdot g - V \cdot \rho_{\text{víz}} \cdot g) \cdot k_1 = (m_{\text{Al}} \cdot g - V \cdot \rho_{\text{víz}} \cdot g) \cdot k_2$. g-vel egyszerűsítve, behelyettesítve az adatokat, és felhasználva, hogy $m = \rho \cdot V$, adódik a következő: $(\rho_x \cdot V - V \cdot 1) \cdot 3{,}6 = (\rho_{Al} \cdot V - V \cdot 1) \cdot 16$. Szerencsére végig tudunk osztani V-vel: $(\rho_x - 1) \cdot 3{,}6 = (2{,}7 - 1) \cdot 16$. Ezt megoldva $\rho_x = 8{,}56 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$-t kapunk. Mivel a sárgaréz sűrűsége $8{,}4 - 8{,}75 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ között van, ezért lehet sárgarézből a henger.

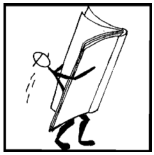
Megjegyzés: a sárgaréz a réz és a cink ötvözete. 1–7% cink csak halványvörössé, 7–14% cink vöröses-sárgává, 14-17% cink pedig tiszta sárgává változtatja a vörösréz színét. Ennek megfelelően változik a sűrűsége is.

T (°C)	ρ(kg/m³)
0	1,293
15	1,226
20	1,205
40	1,127
60	1,060
80	1,000
100	0,946
125	0,887
150	0,834
175	0,788
200	0,746

850. (*8.*) Ezeket a papírballonokat repülő lámpásnak, azaz Tiang Deng-nek, más néven kívánságlámpásnak is nevezik. Eredete a keleti világban több száz évre nyúlik vissza. A távol kelet egyik legismertebb katonai vezetője, Kong Ming (élt: i.sz. 181-234) katonai információk eljuttatására használta, mely sok-sok kilométer távolságba vitte el a híreket. Később Ázsia egyszerű lakói is felfedezték ezt a lámpást, és mivel nem volt más lehetőség a távoli rokonsággal érintkezni, ezen lámpásokon küldték el személyes üzeneteiket. Idővel rendszeresen eresztettek fel ilyen „hőlégballonokat”, bízva abban, hogy családjukat, szeretteiket így megóvhatják betegségtől, szerencsétlenségtől és bánattól. Innen ered a kívánságlámpás vagy szerencselámpás név. Tominak is megtetszik a dolog, és elhatározza, hogy olajos rizspapírból, hogy jól bírja a meleget, és ne gyulladjon meg, és teamécsesből készít egyet. A lámpa alul lyukas forgáshenger alakú lett: a magassága 40 cm, a sugara 30 cm, és az alsó lapja hiányzik. Az olajos rizspapír tömege 30 g/m^2, a teamécses alumínium tartóban, a rögzítéshez használt fonallal együtt 10 g. A mécses lángja akár 1000°C is lehet, így a levegő könnyen felmelegszik a lámpásban. Hány fokos levegő lehetett a lámpásban, ha éppen elemelkedett Tomi kezéből, és a nyári este 20°C volt? A mellékelt táblázatban a levegő sűrűsége látható különböző hőmérsékleten. (A rizspapír és a teamécses térfogata a ballon térfogatához képest elhanyagolható.)

Szatmáry Zsolt

Megoldás: Először számoljuk ki a henger térfogatát és a felszínét az egyik alapkör nélkül: $V = r^2 \cdot \pi \cdot m = 0{,}3^2 \cdot \pi \cdot 0{,}4 = 0{,}113\,\mathrm{m}^3$, $A = r^2 \cdot \pi + 2 \cdot r \cdot \pi \cdot m = 0{,}3^2 \cdot \pi + {}$ $+ 2 \cdot 0{,}3 \cdot \pi \cdot 0{,}4 = 1{,}036\,\mathrm{m}^2$. Amikor éppen elemelkedik a lámpás, akkor lámpásra ható felhajtóerő, éppen megegyezik a rá ható gravitációs erővel. A lámpa három részből áll: a lámpában lévő levegőből, a rizspapírból és a teamécsesből. A rizspapír tömege a felülete alapján számolható: $A \cdot 0{,}030\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^2}$.
A felhajtóerő megegyezik a kiszorított külső levegő súlyával. Így felírható: $\rho_{belső} \cdot V \cdot g + m_{\mathrm{rizspapír}} \cdot g + m_{\mathrm{teamécses}} \cdot g = \rho_{külső} \cdot V \cdot g$. Egyszerűsítve g-vel, az adatokat beírva kapjuk: $\rho_{belső} \cdot 0{,}113 + 1{,}036 \cdot 0{,}03 + 0{,}01 = 1{,}205 \cdot 0{,}113$. Ebből kapjuk, hogy $\rho_{belső} = 0{,}841\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$. Ezek alapján közel 150°C alatt lehetett a lámpában lévő levegő hőmérséklete.



K Ö N Y V A J Á N L Ó

Raymond Smullyan: Sherlock Holmes sakkrejtélyei

50 izgalmas sakknyomozás

Ezek a sakkfeladványok jellegzetes detektívrejtélyek. Nyomozni kell az ügyükben! Valamennyit a detektívregényekből ismert „krimi-logika” jellemzi, és Holmes ezeket a rejtvényeket már csak a hangulatuk miatt is érthető rajongással kezeli. Szerencsénknek mondhatjuk, hogy Holmes oly tündökletesen vezeti le a rejtvényeket a könyv I. részében, hogy aki csupán a sakklépéseket ismeri, az is élvezettel követheti a fejleményeket. Így, mire a II. rész elkövetkezik, az Olvasó egy kicsit szakértője lesz már az elemző feladványok mindenféle típusának — és várhatja az újabb változatokat. Kalandregény következik ekkor: Marston kapitány elrejtett kincsét kell Holmesnak előkerítenie, természetesen az elemzés eszközeivel, ám közben egy különös kettős gyilkosság ügye is megoldásra, sherlocki zsenialitásra vár.

A könyvesboltokban 3500 Ft-ért kapható, webshopunkban (www.typotex.hu) és az alábbi boltjainkban pedig 25% kedvezménnyel vásárolható meg a többi kiadványunkkal együtt.

Olvasók boltja
1136 Budapest, Pannónia u. 35-37.
www.olvasokboltja.hu

Typotex Kiadó
1024 Bp., Fillér utca 9-11.
www.typotex.hu

ELTE TTK-n lévő pultunk
1117 Budapest, Pázmány Péter sétány 1/a

TYPOTEX

K Ö N Y V A J Á N L Ó

Kedves Olvasó! A MATEGYE Alapítvány az alábbi kiadványokat szeretné a figyelmébe ajánlani.

Zrínyi 2019	1900 Ft
Zrínyi 2020	2500 Ft
Zrínyi 2021	2500 Ft
Zrínyi 2022	3000 Ft
Tanárverseny 2004-2013	1600 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 3. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 4. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 5. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 6. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 7. osztály	1700 Ft
Zrínyi Ilona Matematikaverseny feladatai 2001-2010. 8. osztály	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2007-2008.	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2009-2010.	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2011	1700 Ft
Gordiusz Matematika Tesztverseny feladatai 2012	1700 Ft
Zrínyi 2013 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2014 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2016 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2017 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2018 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2019 (9-12. osztály)	1700 Ft
Zrínyi 2020 (9-12. osztály)	2000 Ft
Zrínyi 2021 (9-12. osztály)	2000 Ft
Zrínyi 2022 (9-12. osztály)	2500 Ft
Fizika az Abacusban	2500 Ft
Bátaszéki Matematikaverseny 2008-2016	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2000-2004	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2005-2009	2500 Ft
Matematika az Abacusban 2010-2014	2500 Ft
Hibás feladatmegoldások az ált. isk.-ban – Orosz Gyula	1900 Ft
Gordiusz csomag (Gordiusz 2009-2010., 2011., 2012. évi könyvek)	4000 Ft
KMF csomag 2001-2010. évi versenyfeladatok (3., 4., 5., 6., 7., 8. osztály)	7000 Ft